

21

剛体のつりあい

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



剛体のつりあいの問題は

1.

2.

の式を立てて解く。

大きさを考慮し、力を加えても変形しない物体を考えて、これを とよぶ。剛体がつりあうためには、力のつりあいとともに、剛体が回転しないための条件として が必要になる。

POINT



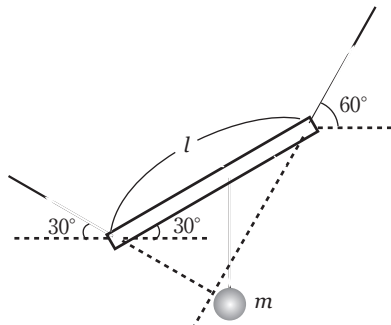
剛体のつりあいの問題は

1.

2.

の式を立てて解く。

長さが l で質量が無視できる棒 AB に質量 m のおもりをつるし、両端につけた 2 本の糸で支える。棒 AB は水平と 30° 、A 端、B 端につけた糸は、それぞれ水平と 30° 、 60° の角をなしている。重力加速度の



大きさを g として、A 端、B 端につけた糸の張力の大きさと、おもりをつるした位置を A 端からの長さで求めたい。どうすればよいのだろうか。

⬇ 力のつりあいの式を立てよう。

水平方向： …①

鉛直方向： …②

⬇ 力のモーメントのつりあいの式を立てよう。

点 A のまわりの力のモーメントのつりあい

…③

⬇ A, B 端につけた糸の張力の大きさを求めよう。

$T_A =$

$T_B =$

$T_B =$

⬇ おもりをつるした位置を求めよう。

$x =$

22

重心

◎ 解説動画



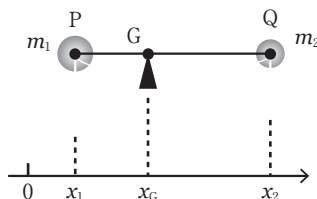
\ 押さえよ /

重心…^{ごうたい}剛体の全質量が集中していると見なせる点

()

⇒ 重心で剛体を支えると を起こさない。

質量 m_1 のおもり P と質量 m_2 のおもり Q を軽い棒でつないだ物体がある。この物体の重心 G の位置座標 x_G を、おもり P, Q の位置座標 x_1, x_2 を用いて表したい。



重心 G でこの物体を支えると を起こさない。



のまわりの

のつりあいより

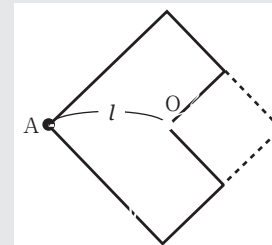
 $x_G =$

一般に、質量 m_1, m_2, m_3, \dots の質点の位置座標を x_1, x_2, x_3, \dots とすると、質点全体の重心の位置座標 x_G は、次のように表される。

POINT

重心 $x_G =$ \ やって
みよう /

質量が $4m$ で厚さが一様な正方形の板から、中心 O を通るように板の $\frac{1}{4}$ の正方形を切り取る。残った右図のような板の重心の位置を求めよ。ただし、OA の長さを l とする。



解答

のまわりの

のつりあい

 $=$ $x =$

から に向かって の位置 …… 答

23

慣性の法則

◎ 解説動画



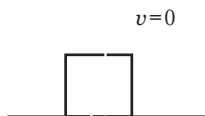
\ 押さえよ /



力のつりあい ⇔ または 運動

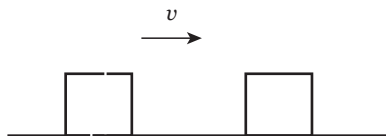
摩擦のない水平面上で静止している物体について考える。

- ① 物体にはたらく力はどう
なっているか？



- ② 物体はその後どうなるか？

- ③ 物体がはじめ運動している
と、その後どうなるか？



- ④ 慣性の法則(運動の第1法
則)とは何か？

物体に力がはたらかないか、または、はたらく力が
いるとき、静止している物体は をつづけ、運動をしている物
体は 運動をつづける。これを (運動の第 法
則) という。

POINT



力のつりあい ⇔ または 運動

慣性の法則は、物体には力を受けなければ を保とうと
する性質があることを示している。この性質を という。

\ やって
みよう /

「慣性」という語を用いて、次の現象が起こる理由を説明せよ。
「電車内に立っているとき、電車が急停車したので倒れそうに
なった。」

解答例 ……体は によって をつづけようとするのに、足だけ
が床との摩擦によって しようとするから。



24

運動の法則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



運動の法則

(k は比例定数)

摩擦のない水平面上での物体について考える。

- ⬇ 物体に水平方向の力 \vec{F} を加えると、物体はその後どうなるか？

の向きに で する。



- ⬇ 物体に加える力の大きさを 2 倍、3 倍、…にすると、生じる加速度の大きさはどうなるか？

になる。すなわち、加速度の大きさは加えた力の大きさに する。

- ⬇ 物体の質量 m を 2 倍、3 倍、…にすると、生じる加速度の大きさはどうなるか？

， ， …になる。

すなわち、加速度の大きさは物体の質量 m に する。

- ⬇ 運動の法則 (運動の第 2 法則) とは何か？

物体に力 \vec{F} を加えると、力 \vec{F} の向きに が生じ、その加速度の大きさは力の大きさに し、物体の質量 m に する。

すなわち、 $\vec{a} = k$ (k は比例定数)

これを (運動の第 法則) という。

POINT



運動の法則 $\vec{a} =$ (k は比例定数)

25

運動方程式

◎ 解説動画



\押さえよ/



運動方程式

復習

質量 m の物体が \vec{F} の力を受けるとき、生じる加速度 \vec{a} は、運動の法則により次のように表される。

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F} \quad \cdots \textcircled{1} (k \text{ は比例定数})$$

[運動の3法則]

これまでに学習した運動の法則をまとめると、次のようになる。運動の第1法則は 慣性の法則、第2法則は 運動方程式の法則、そして第3法則は 作用・反作用の法則である。これらの法則は、ニュートンによって見出されたので、ニュートンの運動の3法則といわれる。

[運動方程式]

①式において、 $k=1$ となるように力の単位を定めれば、
となり便利である。この式を $F=ma$ という。
質量 m の物体にはたらいて、 F の加速度を生じる力の大きさを F とする。

POINT



運動方程式

運動方程式の \vec{a} , \vec{F} は、大きさと向きをもつベクトルであるが、一直線上の運動の場合、これらの向きを a , F で区別して a , F と表すと、運動方程式は $F=ma$ とかくこともできる。

26

運動方程式の立てかた①

◎ 解説動画



運動方程式を立てる手順

- 手順1 : する物体を決める。
- 手順2 : 加速度 a と 向きに x 軸, それと な方向に y 軸を設定する。
- 手順3 : を図示し, x, y 方向に する。

\ 押さえよ /



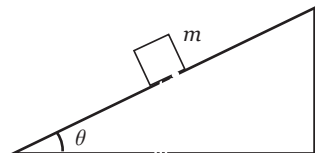
復習

運動方程式

傾斜角 θ のなめらかな斜面上に質量 m の物体を静かに置く。重力加速度の大きさを g とする。

① 運動方程式を立てよう。

- 手順1 : する物体を決める。
- 手順2 : 加速度 a と 向きに x 軸, それと な方向に y 軸を設定する。
- 手順3 : を図示し, x, y 方向に する。



運動方程式

- x 方向 : ...①
- y 方向 : ...②

② 物体の加速度の大きさはいくらか？

- ①より $a =$

③ 斜面が物体に及ぼす抗力の大きさはいくらか？

- ②より $N =$

④ 物体を置いてから時間が t だけ経過した。物体の速さとすべった距離はいくらか？

$$v =$$

$$x =$$

運動方程式を立てる手順1～3は、これからもよく使うので、しっかり覚えておきましょう。

運動方程式を立てる手順

- 手順1 : する物体を決める。
- 手順2 : 加速度 a と 向きに x 軸, それと な方向に y 軸を設定する。
- 手順3 : を図示し, x, y 方向に する。

秘

テクニック

27

運動方程式の立てかた②

◎ 解説動画



復習

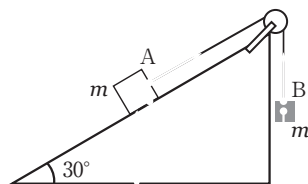
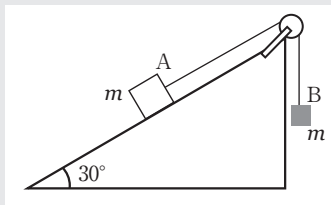
運動方程式を立てる手順

- 手順 1 : する物体を決める。
- 手順 2 : 加速度 a と 向きに x 軸, それと な方向
に y 軸を設定する。
- 手順 3 : を図示し, x, y 方向に する。

やってみよう /

Q

傾斜角 30° のなめらかな斜面上に質量 m の物体 A をのせ, これに糸をつないで軽い滑車を経て同じ質量の物体 B をつるす。手をはなすと両物体は動き始める。重力加速度の大きさを g とする。



つづき / Q

(1) A, B の加速度の大きさを求めよ。

解答

より

A : ...①

B : ...②

より

 a

..... 答

つづき / Q

(2) 糸の張力の大きさを求めよ。

解答

を に代入して

 $T =$ 答

つづき / Q

(3) 斜面が物体 A に及ぼす抗力の大きさを求めよ。

解答

に な方向の より

 $N =$ 答

28

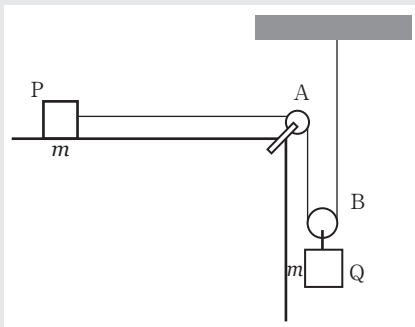
動滑車を含む物体の運動

◎ 解説動画

\\ つづき /
やってみよう /

Q

なめらかな水平面上に質量 m の物体 P をのせ、これに糸をつけて、軽く摩擦のない滑車 A, B (A は定滑車, B は動滑車) を経て、他端を天井に固定する。B の両端の糸はともに鉛直で、B には質量 m の物体 Q をつるす。重力加速度の大きさを g とする。



\\ つづき /

Q

(1) Q の移動距離が s のとき、P の移動距離はいくらか。

解答

..... 答

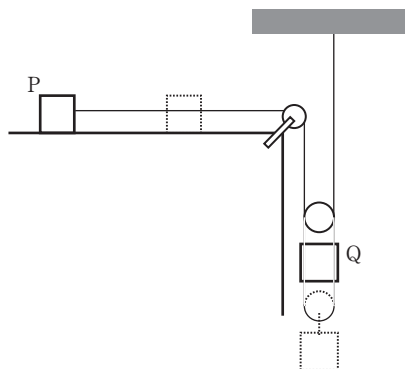
\\ つづき /

Q

(2) Q の速さが v のとき、P の速さはいくらか。

解答

..... 答

\\ つづき /
Q

(3) P, Q の加速度の大きさをそれぞれ求めよ。

解答

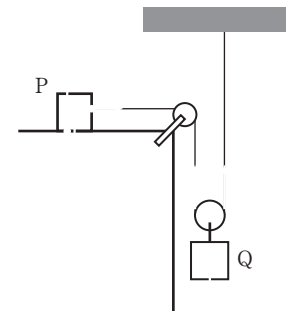
より

P : ①

Q : ②

を に代入して

P : Q : 答

\\ つづき /
Q

(4) 糸の張力の大きさを求めよ。

解答

を に代入して

 $T =$ 答

29

静止摩擦力

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



最大摩擦力
(すべり始める の摩擦力)
 $F_0 =$

- ① あらい水平面上で静止している
物体にはたらく力を図示しよう。



- ② 物体に水平右向きの力 f を加えたが、物体は静止したままであった。このとき物体にはたらく力を図示しよう。

ここで、抗力 R の面に垂直な方向の分力を $R \cos \theta$ 、面に平行な方向の分力を $R \sin \theta$ という。



- ③ 力のつりあいの式を立てよう。

水平方向：

鉛直方向：

※ここで出てきた mg , f , N , F は、それぞれの力の大きさを表すこととします。

- ④ f を大きくしていき、物体がすべり始める直前について、物体にはたらく力を図示しよう。

このときの静止摩擦力 F は最大値 F_0 になっており、
という。 F_0 は垂直抗力 N に
し、次のように表すことができる。



POINT

最大静止摩擦力 $F_0 =$ $\mu_0 :$ \ やって
みよう /

質量 m の物体をのせた板を徐々に傾けていくと、傾斜角が 30° を越えたところで物体がすべり始めた。物体と板との間の静止摩擦係数はいくらか。

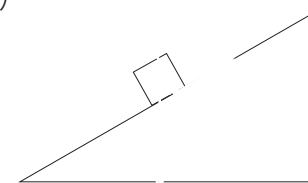
解答

より(すべり始める)

に な方向：

に な方向：

上の2式より を消去して



..... 答

30

動摩擦力

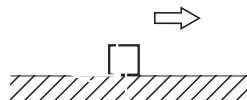
◎ 解説動画



\ 押さえよ /

動摩擦力 $F =$

あらい水平面上を質量 m の物体が右向きにすべっている。



↓ 物体にはたらく力を図示しよう。

動いている物体にはたらく摩擦力 F を いう。動摩擦力 F も垂直抗力に し、次のように表される。

POINT

動摩擦力 $F =$ $\mu :$

復習

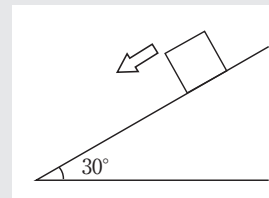
最大静止摩擦力 $F_0 =$ $\mu_0 :$ 静止摩擦係数

一般に、動摩擦係数 μ は静止摩擦係数 μ_0 よりも小さい。したがって、動摩擦力 は最大静止摩擦力 よりも 。

やってみよう /

Q

傾斜角 30° のあらい斜面上を物体がすべり降りている。運動の向きを正の向きにとると加速度はいくらになるか。ただし、面と物体との間の動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。



解答

に な方向の より

…①

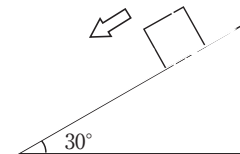
に な方向の より

…②

を に代入して

 $a =$

…… 答



31

摩擦のある運動①

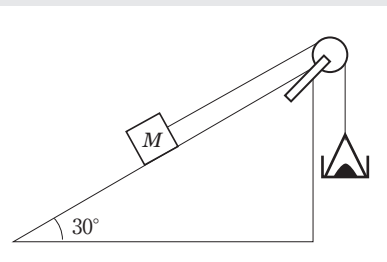
◎ 解説動画



やってみよう /

Q

傾斜角 30° のあらい斜面上に、質量 M の物体が糸に結ばれて静止している。糸は滑車を経て他端に質量の無視できる皿をつけている。皿には砂がのせられ、この砂の質量をわずかずつ変えていく。斜面と物体との間の静止摩擦係数を μ_0 、動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。



つづき /

Q

(1) 砂の質量を m_1 より大きくすると、物体は斜面を上り始める。質量 m_1 はいくらか。

解答

より

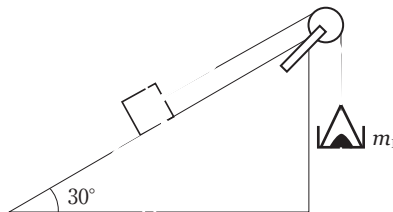
物体：

砂：

上の2式より、を消去して

$$m_1 =$$

..... 答



摩擦力の向き

「物体が動いている向き、または動こうとする向きと
にはたらく」

秘

テクニック

つづき /
Q

(2) 砂の質量を m_2 より小さくすると、物体は斜面を下り始める。質量 m_2 はいくらか。

解答

より

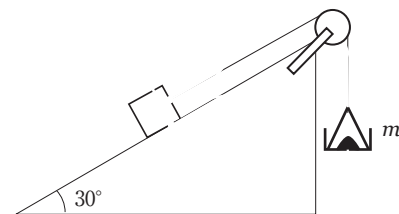
物体：

砂：

上の2式より、を消去して

$$m_2 =$$

..... 答



砂の質量を $2M (> m_1)$ にしたところ、物体は斜面を上っていった。

つづき /
Q

(3) 砂の質量を $2M (> m_1)$ にしたところ、物体は斜面を上っていった。物体の加速度の大きさはいくらか。

解答

は

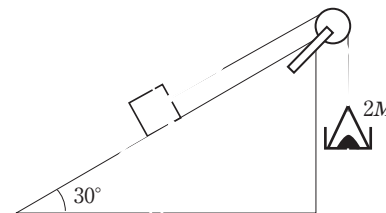
物体：

砂：

上の2式より、を消去して

$$a =$$

..... 答



32

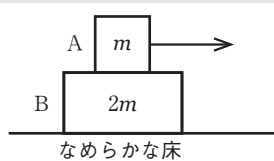
摩擦のある運動②

◎ 解説動画

\\ やって
みよう /

Q

なめらかな水平な床上に、質量 m の物体 A と質量 $2m$ の物体 B が重ねて置かれている。A と B の間にだけ摩擦があり、その動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。A に加える水平な力を徐々に大きくしていき、その大きさが F のとき、A、B は一体となって運動した。



\\ つづき /

Q

(1) A と B の間にはたらく摩擦力の大きさはいくらか。

解答

は

A :

B :


 $f =$ 答

摩擦力の向き

「物体が動いている向き、または動こうとする向きと
にはたらく」

秘

テクニック

\\ つづき /
Q

(2) A に加える力の大きさが $\frac{3F}{2}$ より大きくなると、A は B の上をすべり始める。A と B の間の静止摩擦係数はいくらか。

解答

は

A :

B :



..... 答

\\ つづき /
Q

(3) A に加える力の大きさが $2F$ になると、A、B は別々の加速度で運動する。A、B の加速度の大きさは、それぞれいくらか。

解答

は

A :

..... 答

B :

..... 答



33

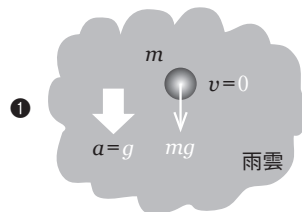
空気抵抗と終端速度

◎ 解説動画

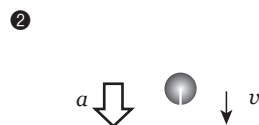


質量 m の雨粒が空気中を落下する運動について考える。雨粒は重力を受けて落下するが、速さ v に比例 (比例定数 k) する空気抵抗を受ける。重力加速度の大きさを g として、雨粒の落下運動を次の①～③の過程に分けて考えよう。

①雨粒は落下を始めた瞬間、速さは
 なので、雨粒には
 だけがはたらき、雨粒の加速度は鉛直 向きで、大きさは
 である。

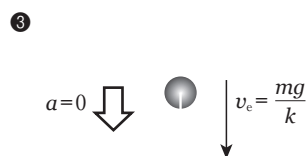


②雨粒の速さが v になると、雨粒には
 以外に空気 力がはたらき、その向きは鉛直 向きで、大きさは
 である。したがって、雨粒の運動方程式は、鉛直下向きの加速度を a として次のように表すことができる。



$$ma = \dots (i)$$

kv mg の間は、加速度 a 0 であるため v は時間とともに する。



③やがて $kv = mg$ になると、加速度 $a =$ となり、 v は になる。これ以後、雨粒は 運動をする。このときの速度を終端速度とよび、その大きさを v_e で表すと、(i) 式において $a =$, $v =$ として、

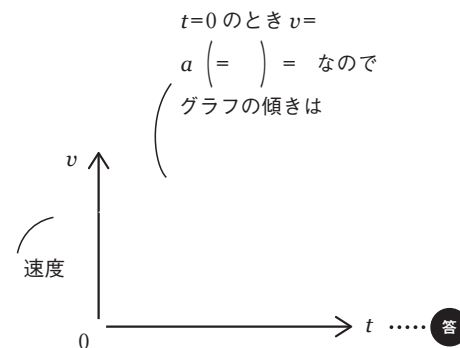
$$v_e = \frac{mg}{k}$$

と求められる。

やってみよう /
 Q

雨粒が落下を始めた時刻を $t=0$ として、時刻 t に対する雨粒の速さ v の変化をグラフに表せ。

解答



34

運動量と力積の関係

◎ 解説動画

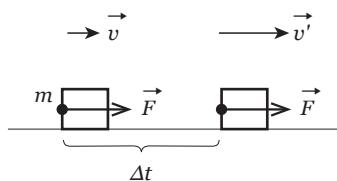


\ 押さえよ /



の変化は, 受けた に等しい

摩擦のない水平面上にある質量 m の物体について考える。物体に水平方向の一定の力 \vec{F} を時間 Δt の間加えると, 物体の速度が \vec{v} から \vec{v}' に変化した。



📌 この間の物体の運動方程式を立てよう。

復習

加速度 $\vec{a} =$

上で求めた式で, (力) × (時間) を , (質量) × (速度) をと定めると, 上の式は次のように言い表すことができる。

POINT



物体の の変化は, 物体が受けた に等しい。

\ やって
みよう /

Q

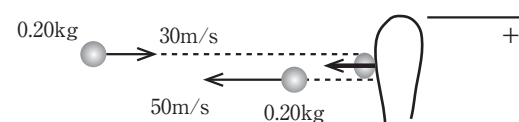
質量 0.20kg のボールが速さ 30m/s で飛んでくる。

\ つづき /

Q

(1) このボールを速さ 50m/s で逆向きにバットで打ち返した。ボールが受けた力積を求めよ。

解答



ボールの初速度と 向きに

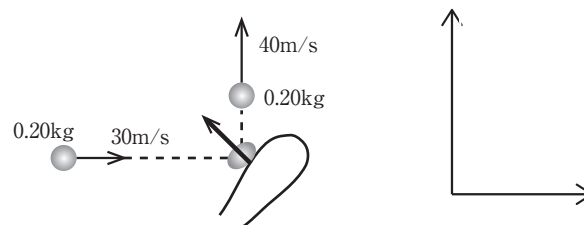
..... 答

\ つづき /

Q

(2) このボールを飛んできた向きと 90° の向きに 40m/s で打ち返した。バットがボールに与えた力積を求めよ。

解答



..... 答

35

運動量保存則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



運動量保存則

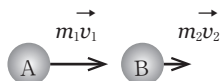
衝突 の 和 = 衝突 の 和

復習

運動方程式から運動量と力積の関係を導け。

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

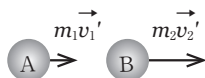
衝突前



衝突中



衝突後



質量 m_1 の小球 A が速度 \vec{v}_1 、質量 m_2 の小球 B が速度 \vec{v}_2 で、同一直線上を動いて衝突し、衝突後の速度がそれぞれ \vec{v}_1' 、 \vec{v}_2' になった。衝突中、小球 A と B が接触している時間を Δt 、B が A から受けた平均の力を \vec{F} とすると、A が B から受けた平均の力は、
 の法則により、 となる。

⬇ 小球 A, B それぞれについて、運動量の変化と力積の関係をかこう。

A :

B :

⬇ 上の式の辺々を加えて、式を整理しよう。

すなわち、衝突前後で、2 物体 A, B の 是変わらない。これを という。

POINT



運動量保存則

⬇ 運動量保存則はどんなときに成り立つのか？

複数の物体をまとめて考えるとき、これを とよぶ。一般に、系内の物体が互いに力()を及ぼしあうだけで、系外から力()を受けない場合、 は成り立つ。

POINT



を受けていない ⇒

が成立

36

運動量保存則の使いかた

◎ 解説動画



復習

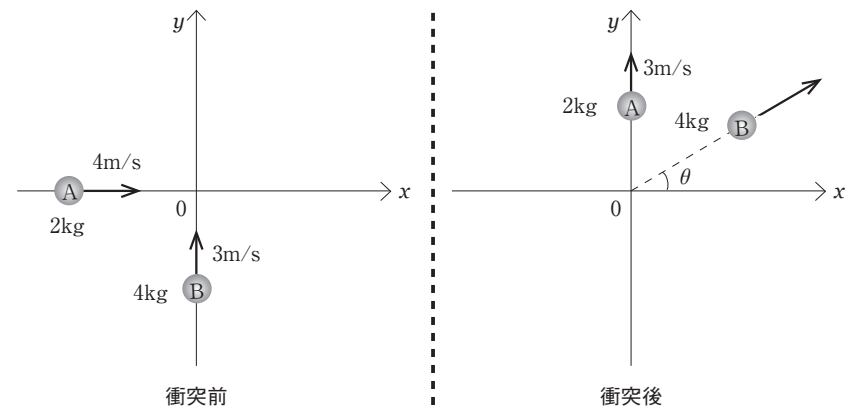
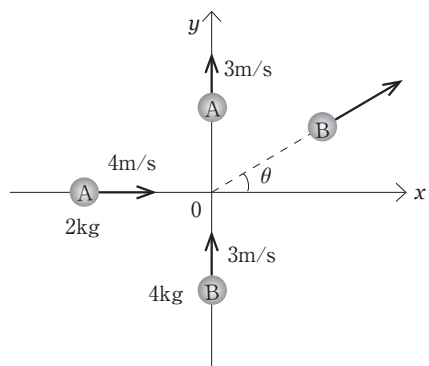
運動量保存則

衝突 の 和 = 衝突 の 和

やってみよう /

Q

なめらかな水平面上に xy 座標軸がある。 x 軸上を 2kg の球 A が 4m/s で正の向きに、 y 軸上を 4kg の球 B が 3m/s で正の向きに進んで原点で衝突し、A は y 軸上を 3m/s で正の向きに進んだ。B はどの向きにどれだけの速さで進んだか。向きは、 x 軸とのなす角を θ として、 $\tan \theta$ の値で表せ。



解答

より

 x 方向： …① y 方向： …②

①より

②より

 $v =$ $\tan \theta =$ $\tan \theta =$ を満たす角 θ の向きに m/s …… 答

37

物体の分裂・結合

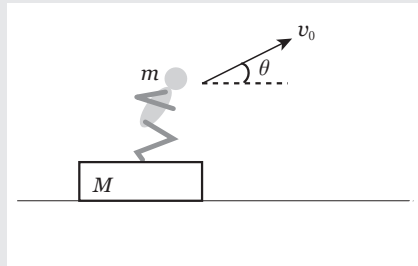
◎ 解説動画



やってみよう /

Q

水平でなめらかな床上に質量 M の板が置かれており、板上に質量 m の人が静止している。この人が水平と角度 θ をなす右斜め上方に速さ v_0 で跳躍する。跳躍後板が進む向きと速さを求めよ。



解答

(方向)

分裂後の板の速さを V とする。

=

 $V =$

復習

を受けていない



が成立

向きに

の速さ …… 答

POINT



運動量保存則を用いるときは, を設定する。

秘

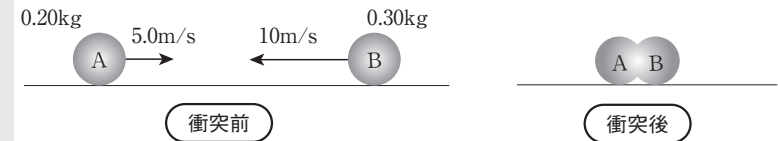
テクニック

未知数は, すべて としておく。

やってみよう /

Q

なめらかな水平面上を質量 0.20kg の物体 A が右向きに速さ 5.0m/s で進んできて、同一直線上を左向きに速さ 10m/s で進んできた質量 0.30kg の物体 B と正面衝突をする。衝突後、2つの物体が一体となる場合、その物体が進む向きと速さを求めよ。



解答

(方向)

一体となった物体の速さを $V [\text{m/s}]$ とする。

=

=

 $V =$

向きに m/s の速さ …… 答

38

はね返り係数

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

はね返り係数 $e =$

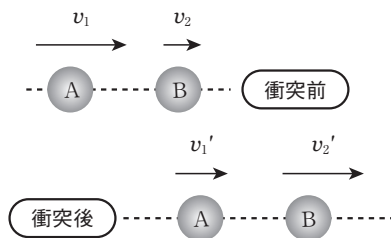
小球 A, B が一直線上を速度 v_1, v_2 で進んで衝突し, 速度が v_1', v_2' になったとする。

このとき, 2 球が近づく速さと遠ざかる速さの比 e は一定値になる。このことは

$$e =$$

という式で表される。 e を 2 球の といひ, と の間の値をとる。

はね返り係数の式は, とともに用いることが多いので, 衝突前後の相対速度の比の形で記憶しておくと便利である。



・ $e = 1$ の衝突を 衝突といひ

$$=$$

$$=$$

となるから, 2 球が近づく速さと遠ざかる速さが , もっともよくはね返る。

・ $0 \leq e < 1$ の衝突を 衝突といひ, 衝突後に遠ざかる速さが衝突前に近づく速さよりも なる。

・ $e = 0$ の衝突を 衝突といひ

$$=$$

$$=$$

となるから, 衝突後, 2 球は 運動する。

POINT

はね返り係数 $e =$

秘

テクニック

はね返り係数 $e =$

39

2 物体の衝突

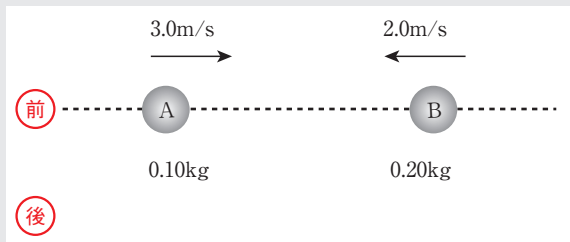
◎ 解説動画



やってみよう /

Q

0.10kg の小球 A が右向きに 3.0m/s、0.20kg の小球 B が左向きに 2.0m/s で、互いに逆向きに一直線上を進んで衝突した。2 球のはね返り係数を 0.50 とすると、衝突後、A、B はそれぞれどちら向きに何 m/s で進むか。



解答

向きを正の向きとし、衝突後の A、B の速度をそれぞれ v_A 、 v_B とする。

復習

運動量保存則を用いるときは、 e を設定する。

より

=

= ...①

秘

テクニック

未知数は、すべて
としておく。

秘

テクニック

はね返り係数 $e =$

より

=

= ...②

A は 向きに m/s、B は 向きに m/s 答

40

なめらかな床との衝突

◎ 解説動画



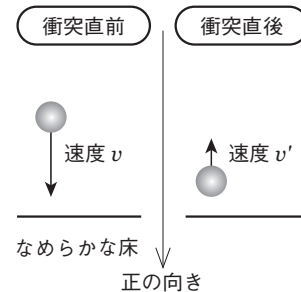
秘

テクニック

はね返り係数 $e =$

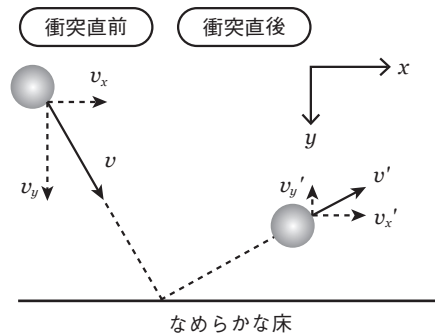
(1) 小球が床に垂直に衝突する場合

衝突直前の速度を v 、衝突直後の速度を v' とすると、小球と床との間のはね返り係数 e は、次のように表される。

 $e =$ 

(2) 小球がなめらかな床に斜めに衝突する場合

衝突の直前、直後の速度 v 、 v' を床に平行な成分 v_x 、 v_x' と床に垂直な成分 v_y 、 v_y' とに分解して考える。



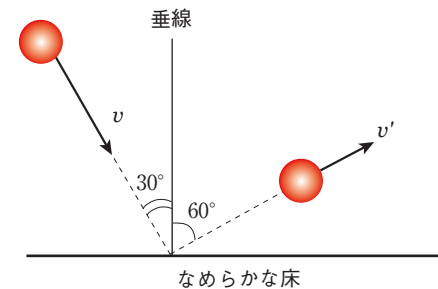
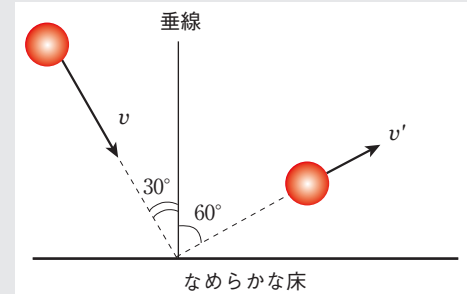
⚡ v_x' とはね返り係数 e は、どのように表されるか？

$v_x' =$, $e =$ 答

やってみよう /
Q

右図のように小球がなめらかな床に 30° で衝突し、 60° ではね返った。このとき、小球と床の間のはね返り係数 e はいくらか。

衝突直前、直後の小球の速さを v 、 v' とする。



解答

x 方向の速度成分は一定だから

$$=$$

y 方向のはね返り係数の式より

$$e =$$

$e =$ 答