

79

正弦波の式①

◎ 解説動画

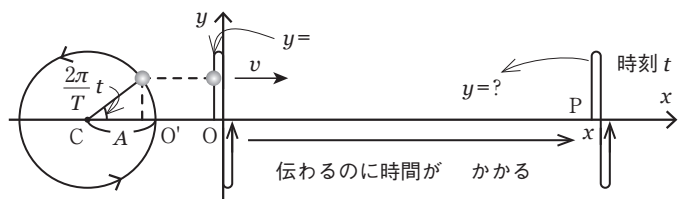


※初学者や物理が苦手な人は、79～81を飛ばして82に進もう。

\ 押さえよ /



正弦波の式の求めかた ⇒ 伝わる を考える



原点 O で起こった単振動 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ (A : 振幅, T : 周期) が, x 軸正の向きに速さ v で伝わっている。

📌 座標 x の点 P の時刻 t における変位 y を表す式(正弦波の式)を求めよう。

秘

テクニック

正弦波の式の求めかた ⇒ 伝わる を考える

原点 O から点 P まで振動が伝わるのに、時間が だけかかる。

点 P の時刻 t における変位 y は、原点 O での時刻 () における変位に等しい。したがって、次の式が得られる。

$$y =$$

ここで、波長 $\lambda = vT$ を用いると、変位 y は

$$y =$$

と表すこともできる。

POINT



x 軸の正の向きに進む正弦波の式

正弦波の式で、 $\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right)$ や $2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ は、等速円運動に戻

したときの [] を表す。これは媒質の を表しており とよばれる。

秘

テクニック

位相 ⇒ 等速円運動に戻したときの

80

正弦波の式②

○解説動画



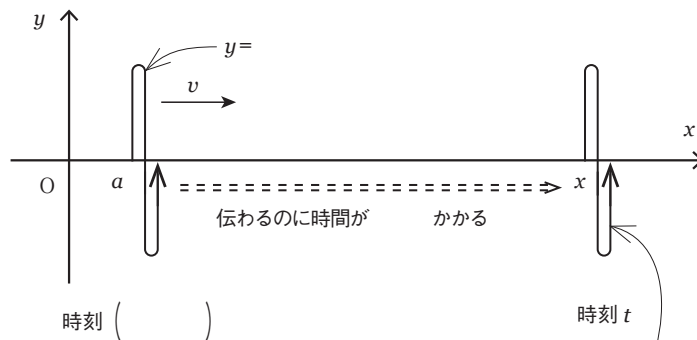
復習

正弦波の式の求めかた ⇒ 伝わる を考える

やっ
て
みよう /

Q

x 軸上を正の向きへ横波の正弦波が速さ v で進んでいる。位置 $x=a$ での変位 y が、 $y=A\sin\frac{2\pi}{T}t$ で表されるとき、座標 x での時刻 t における変位 y を表す式を求めよ。

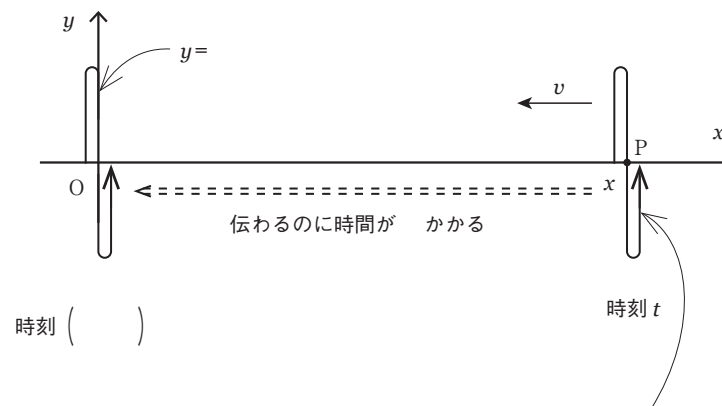
 $y =$

..... 答

つづき /

Q

x 軸上を負の向きへ横波の正弦波が速さ v で進んでいる。原点 O での変位 y が、 $y=A\sin\frac{2\pi}{T}t$ で表されるとき、座標 x の点 P の時刻 t における変位 y を表す式を求めよ。

 $y =$

..... 答

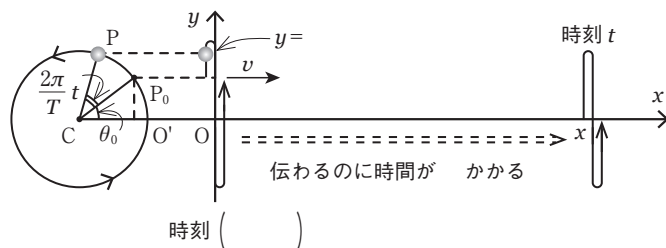
POINT

 x 軸の負の向きに進む正弦波の式 $y =$ $=$

81

正弦波の式③

◎ 解説動画



これまでの、原点 O での単振動を $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ としてきた。この単振動を等速円運動に戻して考えると、 $t=0$ のとき物体 P は点 P_0 を通過する。

ここでは、より一般的な設定として、 $t=0$ のとき物体 P が点 P_0 ($\angle P_0CO' = \theta_0$) を通過する場合について考えよう。このとき、原点 O での単振動は

$$y =$$

と表される。ここで、 θ_0 を 　　　　　 という。

原点 O での単振動が速さ v で x 軸正の向きに伝わると、座標 x での時刻 t における変位 y は

$$y =$$

$$=$$

と表される。

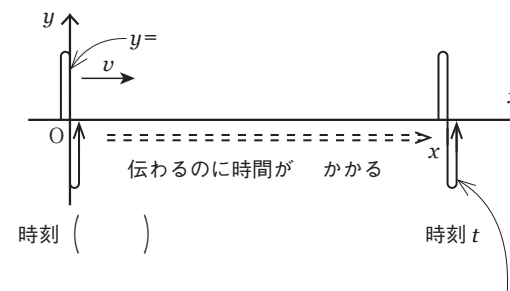
やってみよう /
Q

- (1) x 軸上を正の向きへ横波の正弦波が速さ v で進んでいる。原点 O での変位 y が $y = A \sin(\omega t + \alpha)$ で表されているとき、 α は何を表しているか。また、座標 x での時刻 t における変位 y を表す式を求めよ。

解答

α が表すのは、

..... 答



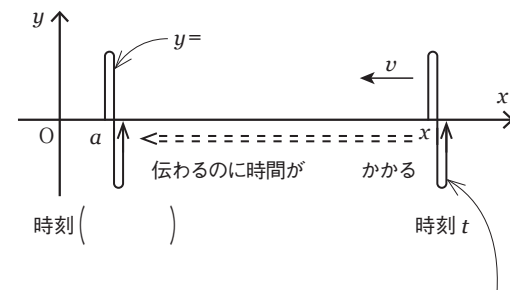
$$y =$$

..... 答

つづき /
Q

- (2) x 軸上を負の向きへ横波の正弦波が速さ v で進んでいる。 $x=a$ での変位 y が $y = A \sin \omega t$ で表されているとき、座標 x での時刻 t における変位 y を表す式を求めよ。

解答



$$y =$$

..... 答



重ねあわせの原理

媒質の1点に2つの波が到達したとき、それぞれの波の変位を y_1 , y_2 とすれば、その点での変位 y は、

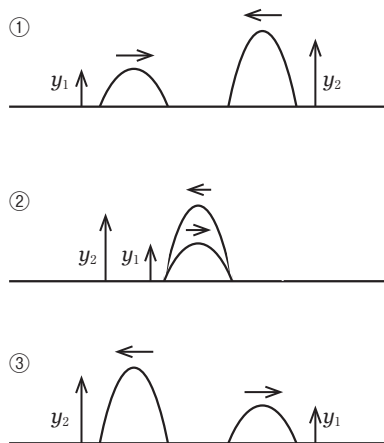
$$y =$$

📌 波の重ねあわせの原理とは何か？

媒質の1点に2つの波が到達したとき、それぞれの波の変位を y_1 , y_2 とすれば、その点での変位 y は、次のように表される。

$$y =$$

これを波の
という。

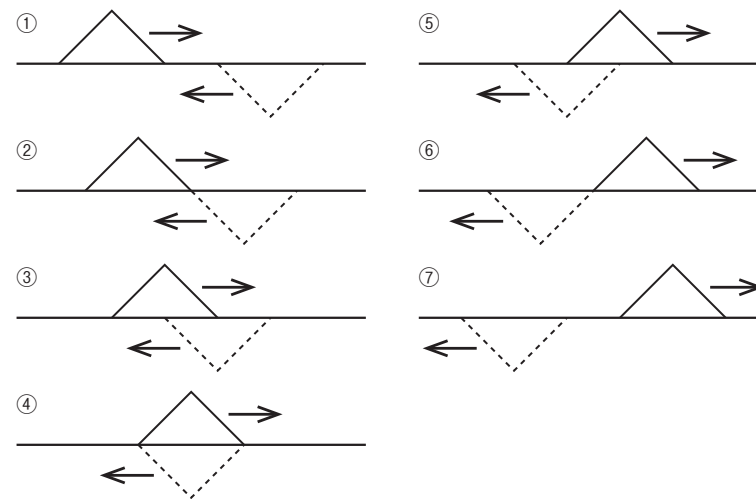


📌 波の独立性とは何か？

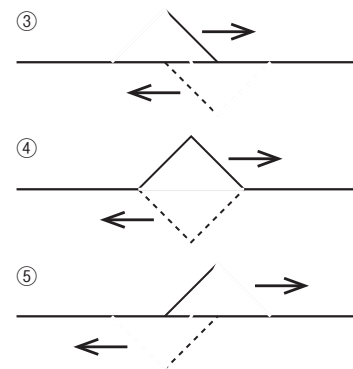
上で見たように、2つの波が重なりあう現象は、2つの物体が衝突する現象と異なり、互いに他の波の進行を妨げたり、他の波に影響を与えたりするようなことはない。これを波の
という。

やってみよう
Q

下の図のように、2つの三角波(実線と点線)が、互いに逆向きに進んでいる。③～⑤に合成波の波形をかけ。



解答



..... 答

83

定常波(定在波)①

◎解説動画

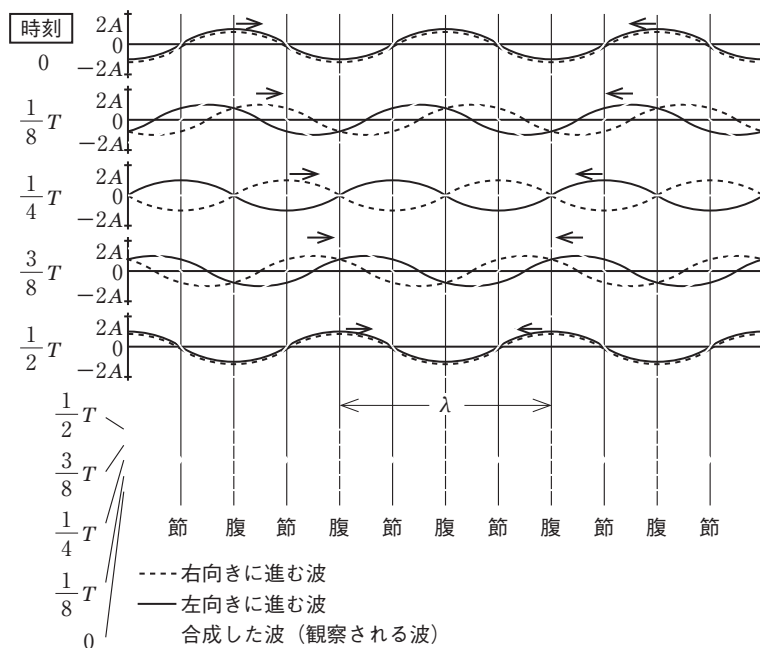


＼押さえよ／



同じ形の2つの波が、一直線上を同じ速さで互いに
逆向きに進んで重なりあうと、節が生じる。

📌 下の図のように、同じ形の2つの波が、一直線上を同じ速さで互いに逆向きに進んでいる。重ねあわせの原理を用いて、2つの波の合成波をかいてみよう。



合成波を見ると、まったく振動しない点と大きく振動する点とが交互に並び、合成波はどちらにも進行しないことがわかる。このような波を節といい、まったく振動しない点を腹、大きく振動する点を腹という。

POINT



同じ形の2つの波が、一直線上を同じ速さで互いに逆向きに進んで重なりあうと、節が生じる。

📌 定常波の特徴を見てみよう

定常波の節と節、腹と腹の間隔は、もとの波の波長の2倍である。また、定常波の腹の振幅は、もとの波の振幅の2倍であり、周期は、もとの波の周期に等。

POINT



節と節, 腹と腹の間隔 \Rightarrow もとの波の2倍

84

定常波②

◎ 解説動画



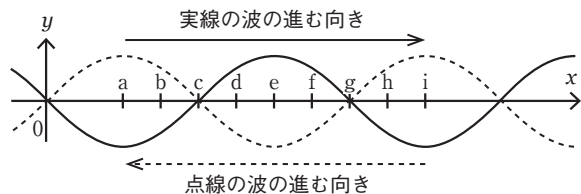
復習

同じ形の2つの波が、一直線上を同じ速さで互いに逆向きに進んで重なりあうと、
が生じる。

やってみよう

Q

下の図のように、振幅 A 、波長 λ の2つの正弦波が、 x 軸上を同じ速さ v で互いに逆向きに進んでいる。図は時刻 $t=0$ の状態を示している。



つづき

Q

(1) 時刻 $t=0$ における合成波をかけ。

解答

y
↑
0

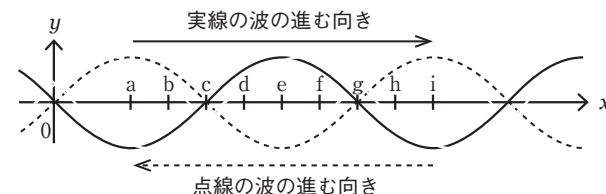
 x

..... 答

つづき / Q

(2) 2つの正弦波が進んで重なりあうと、定常波が生じる。図中の $a \sim i$ のうち、定常波の節となる位置をすべて答えよ。

解答



..... 答

つづき / Q

(3) 図中の $a \sim i$ のうち、定常波の腹となる位置をすべて答えよ。

解答

..... 答

つづき / Q

(4) 定常波の節と節、腹と腹の間隔はいくらか。

解答

..... 答

つづき / Q

(5) 定常波の周期はいくらか。

解答

..... 答

つづき / Q

(6) 定常波の腹の振幅はいくらか。

解答

..... 答

つづき / Q

(7) 位置 c の媒質の速さの最大値はいくらか。

解答

..... 答

85

ホイヘンスの原理

◎ 解説動画



ホイヘンスの原理

ある瞬間、波面上の各点からは、無数の2次的な球面波()が出されている。これらの球面波()に共通にする面が、次の瞬間の になる。

押さえよ/



波面とは何か？

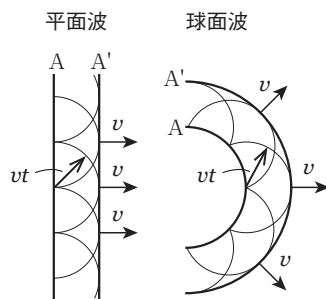
海や池に生じる波の山や谷を連ねると、直線または曲線になる。音の波では面になる。一般に、 の点を連ねたときにできる線または面を という。波面が直線または平面の波を , 円または球面の波を という。波の進行方向を示す線をといて。射線は波面に である。

波の伝わりかたについて考えよう。

ホイヘンスは、波の伝わりかたについて、次の原理を発見した。

「ある瞬間、波面上の各点からは、無数の2次的な球面波()が出されている。これらの球面波()に共通にする面が、次の瞬間の になる。」これを

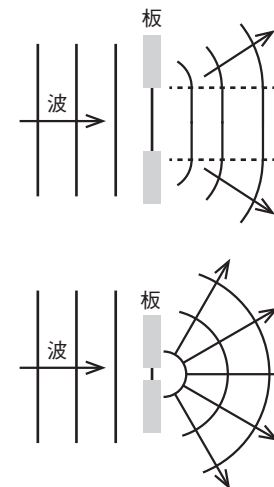
という。この原理によって、波の回折、反射、屈折などの現象を説明することができる。



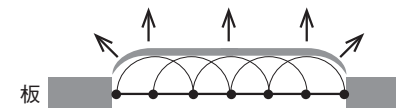
A : ある瞬間の波面
A' : 時間 t 後の波面
 v : 波の速さ

回折とは何か？

図のように、2枚の板で平面波の波面に平行なすき間をつくる。波はすき間を通り抜けると板の背後の部分にまで くる。この現象を波の という。回折は、すき間の幅が波の波長と になると、目立ってくる。



〈ホイヘンスの原理による回折の説明〉



86

波の反射

◎ 解説動画

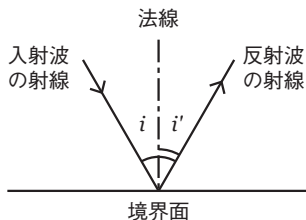

 \押さえよ/
→

反射の法則

入射波の射線と反射波の射線は、入射点における
境界面の法線と 内にあり、次の関係が成り立つ
入射角 i 反射角 i'

📌 反射の法則とは何か？

図のように、入射波の射線と境界面の法線とのなす角 i を とい
い、反射波の射線と境界面の法線とのなす角 i' を とい
う。波の反射では、次の が成り立つ。



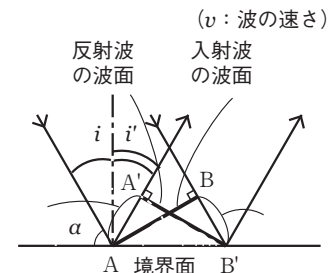
反射の法則

入射波の射線と反射波の射線は、入射点における
境界面の法線と 内にあり、次の関係が成り立つ

波が反射しても、伝わる速さ、振動数、波長は 。

📌 ホイヘンスの原理を用いて、反射の法則を導いてみよう。

入射波の波面 AB の A 端が境界面に達してから B 端が境界面上の B' に達するまでの時間を t とする。時間 t の間に、A より出た素元波は、A を中心とする半径 の円周上まで進む。このときの反射波の波面は、B' から A より出た素元波に引いた となる。



ここで、 $\triangle ABB'$ と $\triangle B'A'A$ は 三角形であり、斜辺は で、 $BB' =$ だから、 $\triangle ABB' \cong \triangle B'A'A$ となるので $\angle BB'A =$ がいえる。

また、 $\alpha =$ (同位角) だから、 $\alpha =$ となり、 $90^\circ - = 90^\circ -$ より

が導かれる。

POINT



87

波の屈折

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

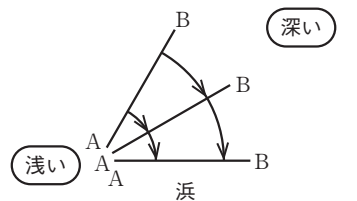


屈折の法則

媒質 1 に対する媒質 2 の屈折率 n_{12} は、

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

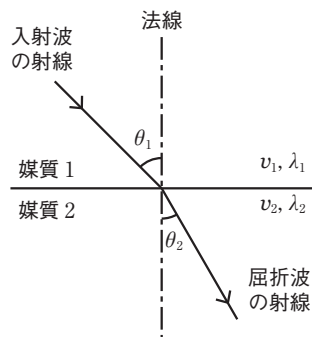
浜に向かって寄せてくる波面は、浜に近づくにしたがって、やがて浜に平行になっていく。これは、波の進む速さが、水深の浅い所ほど 速い からである。このように、伝わる速さが違う



所へ進むと、進む方向が変化する現象を波の 屈折 という。屈折は、波の進む 方向 が変化することによって生じる現象である。

📌 屈折の法則について学習しよう。

波が入射角 θ_1 で媒質 1 から媒質 2 に入射し、境界面で屈折した。屈折波の射線と境界面の法線とのなす角 θ_2 を 屈折角 という。媒質 1 での波の速さを v_1 、媒質 2 での波の速さを v_2 とすると、媒質 1 に対する媒質 2 の 屈折率 n_{12} は、次のように表される。

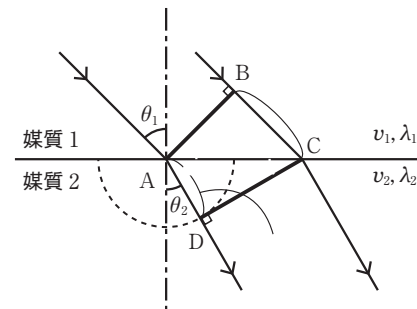


$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

屈折のときに振動数は 変わらない ので、媒質 1 での波の波長を λ_1 、媒質 2 での波の波長を λ_2 とすると、

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

と表される。また、右の図の関係から、 n_{12} を θ_1 、 θ_2 を用いて表すと、



$$n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

となる。これらをまとめて $n_{12} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ という。

POINT



屈折の法則

媒質 1 に対する媒質 2 の屈折率 n_{12} は、

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$



\押さえよ/

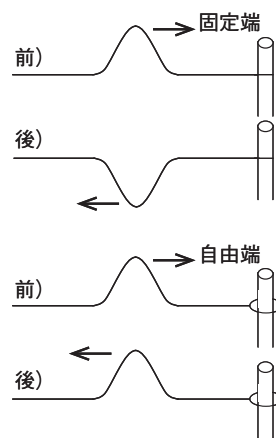


固定端反射 ⇒ 位相が

自由端反射 ⇒ 位相が

📌 波が反射するときに、位相がどうなるかを見てみよう

ロープの端を棒に結んだもの()と、ロープの端に軽いリングを付けて棒に通したもの()を用意する。ここで、1つの波を送ってみる。固定端では、山は ，谷は となって反射される。すなわち、固定端反射では位相が 。一方、自由端では山は ，谷は となって反射される。すなわち、自由端反射では位相が 。



POINT



固定端反射 ⇒ 位相が

自由端反射 ⇒ 位相が

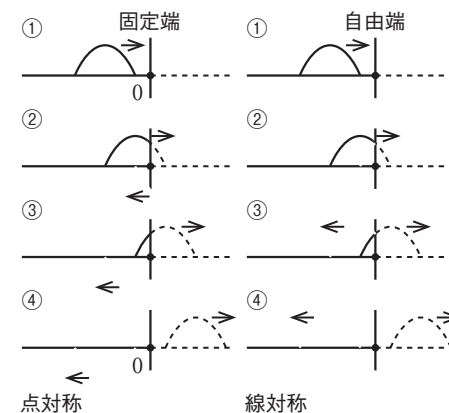
📌 反射波はどのように描けばよいか？

[固定端反射の場合]

入射波を延長したものを固定端に関してに移せば、反射波が描ける。

[自由端反射の場合]

入射波を延長したものを自由端に関してに移せば、反射波が描ける。



📌 合成波はどのように描けばよいか？

波の重ねあわせの原理により、合成波の変位は入射波と反射波の変位の和になるように描く。

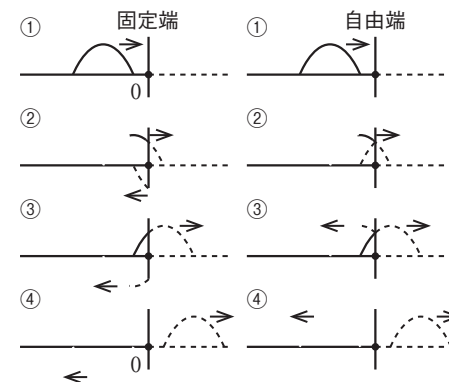
📌 なぜ、反射波はこのように描くのか？

[固定端反射の場合]

このように描くと、固定端における の変位を、つねに にすることができからである。

[自由端反射の場合]

このように描くと、固定端における の変位を、つねに入射波の変位と にすることができからである。



89

定常波の式

◎ 解説動画



※初学者や物理が苦手な人は、89は飛ばして90に進もう。

\ 押さえよ /

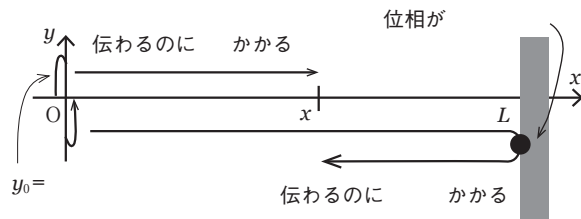


定常波の式 $y(x, t) =$

\ やって
みよう /

Q

原点 O で起こった単振動 $y_0 = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ (A : 振幅, T : 周期) が, x 軸の正の向きに速さ v で伝わっている。



\ つづき /

Q

(1) 位置 x での時刻 t における変位 y_1 を求めよ。

解答

 $y_1 =$

..... 答

\ つづき /

Q

(2) $x=L$ の位置に固定端があり, ここで波は反射する。位置 x での時刻 t における反射波の変位 y_2 を求めよ。

解答

 $y_2 =$

..... 答

\ つづき /

Q

(3) 位置 x での時刻 t における合成波の変位 y を求めよ。ただし, $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$ とする。

解答

 $y =$ $=$ $=$ $=$

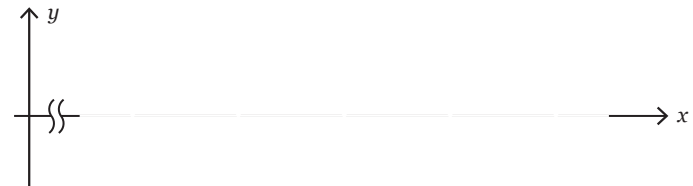
..... 答

\ つづき /

Q

(4) この合成波はどのような波になるか。

解答



..... 答

\ つづき /

Q

(5) この合成波において, いつでも変位 y が 0 となる位置 x を, もとの正弦波の波長 λ を用いて表せ。

解答

 $= 0$ となるのは, $vT =$ として $=$ $=$ $x =$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

..... 答



押さえよ
→

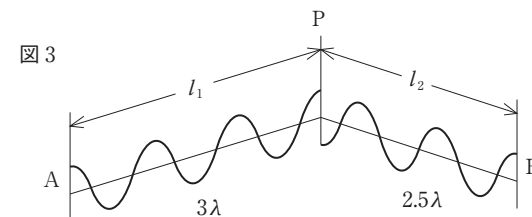
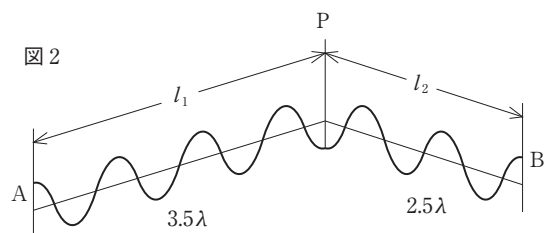
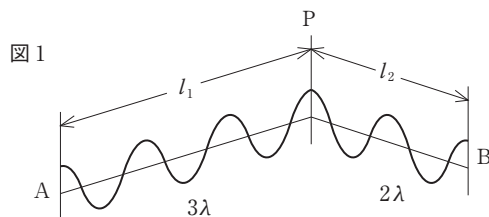
2つの波源から同位相で出る波の干渉

強めあう条件：経路差 =

弱めあう条件：経路差 =

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

2つの波が重なりあって、互いに強めあったり弱めあったりする現象を波の という。2つの波源 A, B を同位相で振動させ、波長 λ の波を連続的に送り出す。波源 A, B からある点 P までの距離をそれぞれ l_1 , l_2 とする。この距離の差 $|l_1 - l_2|$ を (または) という。



●波源 A, B から同位相で出ている2つの波が、点 P で干渉し、強めあったり弱めあったりする条件()について考えよう。

[強めあう条件]

$$\text{経路差} = \text{経路差} = \text{経路差} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

この条件を満たすとき、A からの波の と B からの波の が、点 P において 。

[弱めあう条件]

$$\text{経路差} = \text{経路差} = \text{経路差} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

この条件を満たすとき、A からの波の と B からの波の が、点 P において 。

POINT



2つの波源から同位相で出る波の干渉

強めあう条件：経路差 =

弱めあう条件：経路差 =

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

91

波の干渉②

◎ 解説動画



復習

2つの波源から同位相で出る波の干渉

強めあう条件：経路差＝

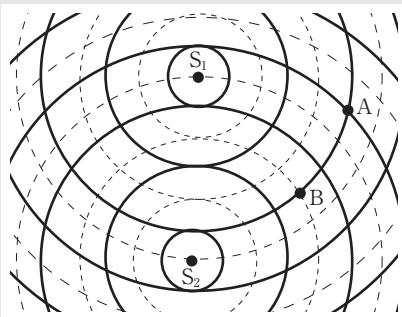
弱めあう条件：経路差＝

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

やってみよう

Q

右の図は、12cm 離れた2つの波源 S_1 , S_2 から、同位相で広がる周期4秒、振幅2cmの水面波のようすを表している。実線は時刻0のときの波の山、点線は波の谷の位置を示している。波が広がることによる振幅の減衰は無視できるものとする。



つづき

Q

(1) S_1 , S_2 から出ている水面波の波長を求めよ。

解答

..... 答

つづき

Q

(2) A 点の時刻2秒における変位を求めよ。ただし、山の変位を正の値、谷の変位を負の値として表せ。

解答

$S_2A - S_1A =$ $=$
したがって、A 点は である。

時刻2秒は、時刻0秒の 周期後だから変位は

..... 答

つづき

Q

(3) A 点の時刻5秒における変位を求めよ。

解答

時刻5秒の変位は、時刻 秒の変位と同じだから

..... 答

つづき

Q

(4) B 点の時刻2秒における変位を求めよ。

解答

$S_1B - S_2B =$ $=$
したがって、B 点は である。
B 点での変位は、 答

つづき

Q

(5) S_1 , S_2 から出ている2つの水面波が強めあう点をP、弱めあう点をQとする。整数 m を用いて、 $S_1P - S_2P$, $S_1Q - S_2Q$ のそれぞれが満たす干渉条件式を求めよ。

解答

強めあう条件式： $S_1P - S_2P =$ 答弱めあう条件式： $S_1Q - S_2Q =$ 答

つづき

Q

(6) S_1 と S_2 の間では、どのような波が生じるか。

解答

..... 答

つづき

Q

(7) 2つの波が弱めあう点を結んだ線(節線)は、どのような形になるか。

解答

..... 答

つづき

Q

(8) 節線は何本できているか。

解答

..... 答

92

音波とその伝わりかた

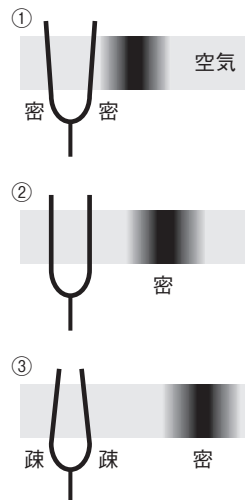
◎ 解説動画



\ 押さえよ /

うなりの振動数 $f =$

物体が振動すると、それに接している空気を圧縮、膨張させて、空気に 密 な状態をつくる。これが縦波となって伝わったものを 縦波 という。人が音として感じとれる音波の振動数は、約 20000 Hz である。高い音ほど音波の振動数は 多い 。

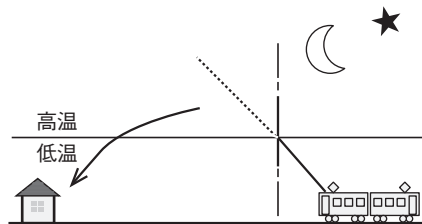


📌 音波の伝わりかたを見てみよう。

校庭に立って校舎に向かって手をたたくと、こだまが返ってくる。これは音波の 反射 の一例である。

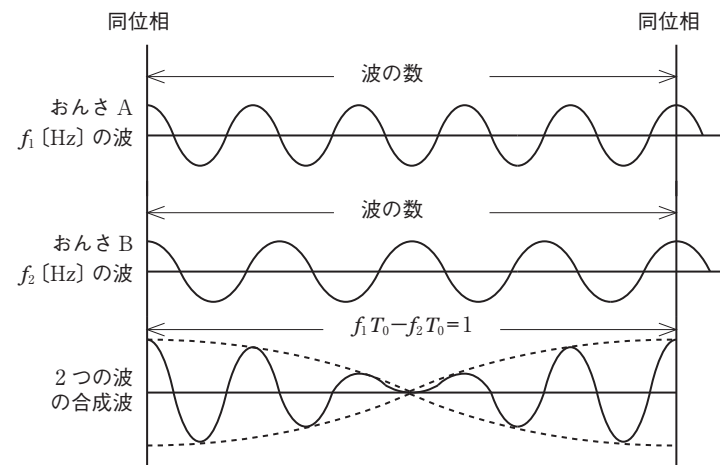
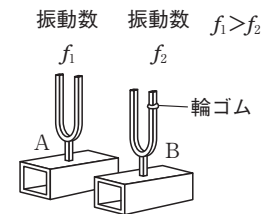
晴れた日の夜は、遠くの音がよく聞こえる。これは、音波の 屈折 の一例である。

塀や建物の向こう側の音が聞こえるのは、音波の 回折 の一例である。



📌 うなりとはどのような現象か？

わずかに異なる振動数 f_1 [Hz], f_2 [Hz] の2つのおんさ A, B を同時に鳴らす。すると、音の大小が周期的に聞こえる。このような現象を うなり という。



おんさ A, B から出た音波が、同位相になってから次に同位相になるまでの時間を T_0 [s] とする。 T_0 [s] が うなりの周期 である。

T_0 [s] 間に、おんさ A, B からはそれぞれ $f_1 T_0$ 個, $f_2 T_0$ 個の波が出ていて、その差が $f_1 T_0 - f_2 T_0 = 1$ 個だから

$$f_1 T_0 - f_2 T_0 = 1$$

うなりの振動数を f [Hz] とすると、 $f = \frac{1}{T_0}$ だから次の式が成り立つ。

POINT

うなりの振動数 $f =$

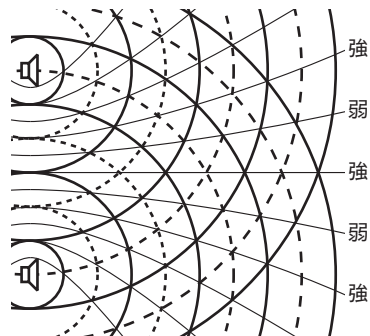
93

音波の干渉

◎ 解説動画



2つの小さいスピーカーから、等しい振動数の音波を同位相で送り出す。すると、音が大きく聞こえる場所と小さく聞こえる場所が現れる。これは、2つのスピーカーから出た音波がすることにより生じた現象である。



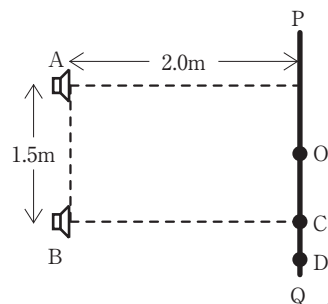
復習 2つの波源から同位相で出た波の干渉

強めあう条件：経路差 = $m\lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)

弱めあう条件：経路差 = $(m + \frac{1}{2})\lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)

やってみよう / Q

小さいスピーカー A, B を 1.5m 離して置き、等しい振動数の音波を同位相で送り出す。AB に平行で 2.0m 離れた直線 PQ 上を、P から Q へ歩きながら音波を観測した。



つづき / Q

(1) A, B から等距離の点 O では、音はどのように聞こえるか。

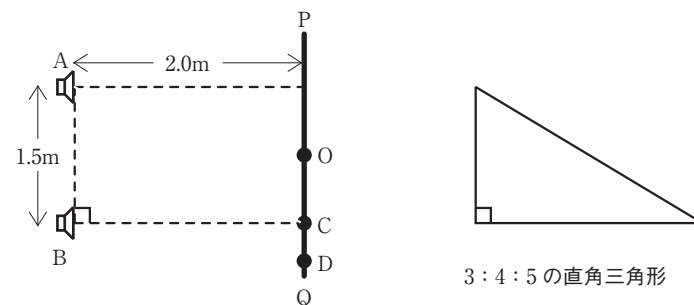
解答

…… 答

つづき / Q

(2) 点 O を通り過ぎて、初めて最も大きく聞こえる点 C は、点 B に最も近い点であった。音波の波長は何 m か。

解答



3 : 4 : 5 の直角三角形

点 C で音波が強めあう条件 経路差 = $m\lambda$
上図より

$\lambda = 1.6$ m …… 答

つづき / Q

(3) 音速を 340m/s とすると、音波の振動数は何 Hz か。

解答

$f = 212.5$ Hz …… 答

つづき / Q

(4) 点 C を通り過ぎて、次に最も小さく聞こえる点を D とする。AD - BD は何 m か。

解答

点 D で音波が弱めあう条件

経路差 = AD - BD = $(m + \frac{1}{2})\lambda$

$AD - BD = 1.6$ m …… 答

94

弦の振動

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



弦に生じる波は、弦の両端を とする である。

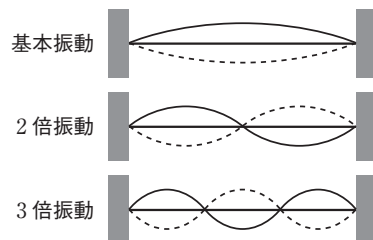
弦の張力を S [N], 線密度 (1m あたりの質量) を ρ [kg/m] とすると、弦を伝わる波の速さ v [m/s] は、次の式で与えられる。

POINT

弦を伝わる波の速さ $v =$

📌 弦には、どのような波が生じるのだろうか？

両端を固定した弦の1点をはじくと、その点から両端へ波が入射し、両端で波が 反射する。それらの波が干渉すると、弦の両端を とする が生じる。弦に生じる定常波による振動のうちで、最も単純な形の振動を という。基本振動の形2個分、3個分の振動を , といい、これらを とよんでいる。

やっ
て
み
よう
Q

長さ l [m], 線密度 ρ [kg/m] の弦の一端を固定し、滑車を経て他端に質量 m [kg] のおもりをつるす。弦をはじいたところ、 n 倍振動の定常波が生じた。重力加速度の大きさを g [m/s²] とするとき、 n 倍振動の定常波の振動数 f_n [Hz] を求めよ。

解答

弦を伝わる波の速さ v [m/s] は

$$v =$$

 n 倍振動の定常波の波長 λ_n [m] は

$$\lambda_n =$$

波の基本式より

$$f_n =$$

..... 答

参考) 上記の波の基本式を、さらにくわしく説明すると次のようになる。

$$f_n = f \quad (f: \text{弦を伝わる波の振動数})$$

$$= \frac{v}{\lambda} \quad (\lambda: \text{弦を伝わる波の波長})$$

$$= \frac{v}{\lambda_n} \quad (\lambda = \lambda_n \text{ だから})$$

