

16

平行板コンデンサー②

◎ 解説動画


 \押さえよ/
→

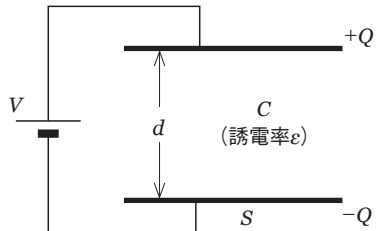
平行板コンデンサーの基本式

蓄えられる電気量 Q

$$Q = CV$$

電気容量 C

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$



⬇ 平行板コンデンサーの基本式を導こう。

極板面積 $S[\text{m}^2]$ の平行板コンデンサーを電池で充電し、電荷 $Q[\text{C}]$ を蓄えた。極板間の電場の強さ $E[\text{V/m}]$ は、ガウスの法則より

$$E = \frac{4\pi k Q}{S}$$

となる。極板間の電位差 $V[\text{V}]$ は、極板間隔 $d[\text{m}]$ を用いて

$$V = Ed = \frac{4\pi k Q d}{S}$$

と表される。したがって、コンデンサーに蓄えられる電気量 $Q[\text{C}]$ は

$$Q = \frac{S}{4\pi k d} \cdot V$$

となり、 Q は V に比例することがわかる。

この比例定数はコンデンサーによって決まる定数であり、これを C とおくと

$$Q = CV \quad \text{ただし} \quad C = \frac{S}{4\pi k d} \quad \cdots \textcircled{1}$$

と表される。 C をコンデンサーの電気容量という。①式から、電気容量 C は極板面積 S に比例し、極板間隔 d に反比例することがわかる。また、①式において、 $\frac{1}{4\pi k} = \epsilon$ とおくと

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad \cdots \textcircled{2}$$

と表すことができる。②式において、 $\frac{S}{d}$ はコンデンサーの形状、 ϵ は極板間の物質によって決まる定数である。 ϵ を誘電率という。

⬇ 電気容量の単位について考えよう。

電気容量の単位は、1V の電位差によって 1C の電気量が蓄えられる電気容量をとり、これを 1 ファラド [F] という。1F は実用上大きすぎるので、 10^{-6}F を 1 マイクロファラド [μF]、 10^{-12}F を 1 ピコファラド [pF] として、これを単位に用いることが多い。

17

誘電率を用いたガウスの法則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



ガウスの法則

+ Q [C] の帯電体から出る電気力線の総本数 N

$$N = 4\pi kQ = \frac{Q}{\epsilon}$$

\ 復習 /



面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーに電荷 Q が蓄えられている。クーロンの法則の比例定数を k とする。

\ つづき /



(1) 極板間の電場の強さ E を求めよ。

\ 解答 /

ガウスの法則より

$$E = \frac{4\pi kQ}{S} \dots \text{答}$$

\ つづき /



(2) 極板間の電位差 V を求めよ。

\ 解答 /

$$V = Ed = \frac{4\pi kQd}{S} \dots \text{答}$$

\ つづき /



(3) 電気容量 C を求めよ。

\ 解答 /

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{S}{4\pi kd} \dots \text{答}$$

\ つづき /



(4) 極板間の物質の誘電率 ϵ を求めよ。

\ 解答 /

$$\epsilon = \frac{1}{4\pi k} \dots \text{答}$$

⬇ ガウスの法則を誘電率 ϵ を用いて表そう。

+ Q [C] の帯電体から出る電気力線の総本数 N は $N = 4\pi kQ$

である。ここで前ページの(4)の結果より $4\pi k = \frac{1}{\epsilon}$ だから

$N = \frac{Q}{\epsilon}$ と表すことができる。

POINT



ガウスの法則

+ Q [C] の帯電体から出る電気力線の総本数 N

$$N = 4\pi kQ = \frac{Q}{\epsilon}$$

\ やって
みよう /

面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーの極板間を誘電率 ϵ の物質で満たし、電荷 Q を蓄えた。

\ つづき /



(1) 極板間の電場の強さ E を求めよ。

\ 解答 /

ガウスの法則より

$$E = \frac{Q}{\epsilon S} = \frac{Q}{\epsilon S} \dots \text{答}$$

\ つづき /



(2) 極板間の電位差 V を求めよ。

\ 解答 /

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon S} \dots \text{答}$$

\ つづき /



(3) 電気容量 C を求めよ。

\ 解答 /

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon \frac{S}{d} \dots \text{答}$$

18

静電エネルギー

◎ 解説動画



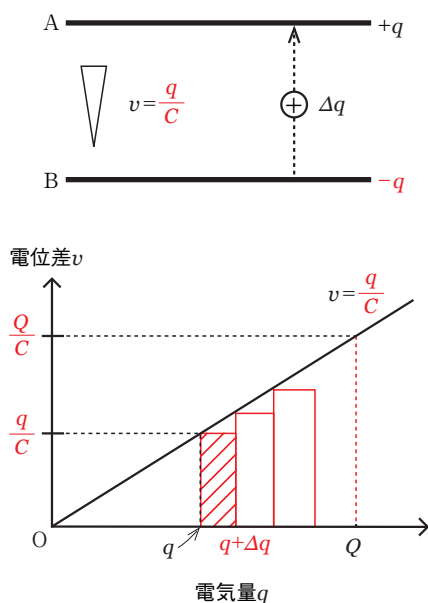
\ 押さえよ /



静電エネルギー $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$

📌 コンデンサーに蓄えられているエネルギーを求めよう。

充電されているコンデンサーに、豆電球をつなぐと一瞬光る。これは、充電されているコンデンサーに**エネルギー**が蓄えられているからである。ここでは、コンデンサーに蓄えられているエネルギー U を、充電に要した**仕事** W から求めることを考える。



極板 A, B の電荷が 0 の状態からはじめ、B から A に少しずつ電荷を運んでいく仕事を考える。A の電荷が q のとき B の電荷は $-q$ となり、このとき AB 間の電位差 v は

$$v = \frac{q}{C}$$

となる。この状態から微小電荷 Δq を電場に逆らって運ぶ仕事

ΔW は、 Δq が十分に小さければ、その間、AB 間の電位差は $\frac{q}{C}$ で一定とみなしてよいから

$$\Delta W = \Delta q \cdot \frac{q}{C}$$

となる。ここで、 ΔW は v - q グラフ中の斜線部分の面積で表される。したがって、電気量 q が 0 から Q になるまでに要した全仕事 W は、 v - q グラフ中の階段状の面積の和で表される。 W は Δq を限りなく小さくしていくと、 v - q グラフ中の赤線の三角形の面積で表されるから

$$W = \frac{Q^2}{2C}$$

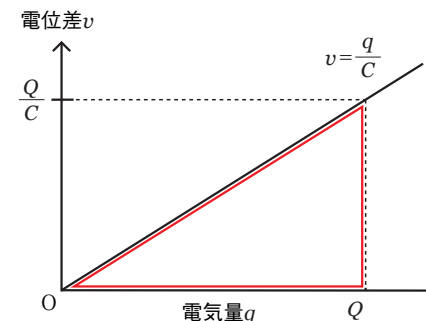
これがコンデンサーに蓄えられたエネルギー（**静電エネルギー**） U である。

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

ここで、 $Q = CV$ の関係を用いると、静電エネルギー U は

$$U = \frac{1}{2}CV^2, \quad U = \frac{1}{2}QV$$

と表すこともできる。



POINT



静電エネルギー $U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$

19 スイッチの開閉と電気容量の変化

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

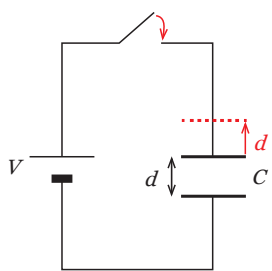


コンデンサーの容量の変化

スイッチを閉じたまま $\Rightarrow V = (\text{一定})$ スイッチを開いてから $\Rightarrow Q = (\text{一定})$ \ やって
みよう /

Q

図のように、極板間隔 d [m]、電気容量 C [F] の平行板コンデンサーを、スイッチを経て電圧 V [V] の電池につなぐ。



\ つづき /

Q

(1) スイッチを閉じたとき、次の①～④の値はそれぞれいくらになるか。

解答

① コンデンサーに蓄えられる電気量 Q [C] $Q = CV \dots \text{答}$ ② 極板間の電位差 v [V] $v = V \dots \text{答}$ ③ 極板間の電場の強さ E [V/m] $E = \frac{V}{d} \dots \text{答}$

④ コンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U [J]
 $U = \frac{1}{2} CV^2 \dots \text{答}$

\ つづき /
Q

(2) (1)の充電後、スイッチを閉じたまま極板間隔を $2d$ [m] にした。(1)の①～④の値は、(1)のときの何倍になるか。

解答

変化後の電気容量 $C' = \frac{C}{2}$ ① $Q_2 = C'V = \frac{CV}{2} \dots \frac{1}{2} \text{ 倍} \dots \text{答}$ ② $v_2 = V \dots 1 \text{ 倍} \dots \text{答}$ ③ $E_2 = \frac{V}{2d} \dots \frac{1}{2} \text{ 倍} \dots \text{答}$ ④ $U_2 = \frac{1}{2} C'V^2 = \frac{1}{4} CV^2 \dots \frac{1}{2} \text{ 倍} \dots \text{答}$

秘

テクニック

スイッチを閉じたまま

 $V = (\text{一定})$

秘

テクニック

スイッチを開いてから

 $Q = (\text{一定})$ \ つづき /
Q

(3) (1)の充電後、スイッチを開いてから極板間隔を $2d$ [m] にした。(1)の①～④の値は(1)のときの何倍になるか。

解答

① $Q_3 = Q = CV \dots 1 \text{ 倍} \dots \text{答}$ ② $v_3 = \frac{Q}{C'} = \frac{CV}{\frac{C}{2}} = 2V \dots 2 \text{ 倍} \dots \text{答}$ ③ $E_3 = \frac{2V}{2d} = \frac{V}{d} \dots 1 \text{ 倍} \dots \text{答}$ ④ $U_3 = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{(CV)^2}{\frac{C}{2}} = 2CV^2 \dots 2 \text{ 倍} \dots \text{答}$

20

誘電体①

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



$$\text{比誘電率 } \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

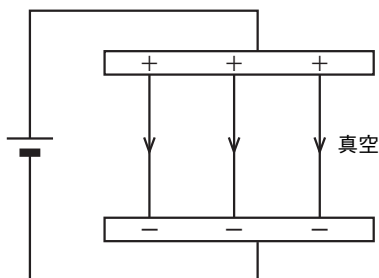
$$\text{電気容量 } C = \epsilon_r C_0$$

 ϵ : 誘電体の誘電率 ϵ_0 : 真空の誘電率 C_0 : 真空の場合の電気容量

電気を通しにくい物質を**不導体**または**誘電体**という。

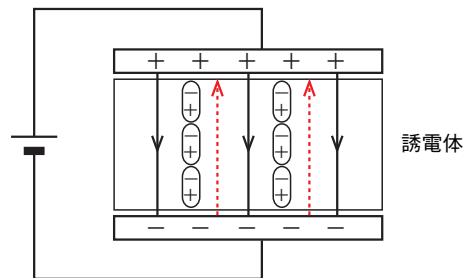
🔊 極板間を誘電体で満たすと、電気容量はどう変化するか？

図(a)のようにコンデンサーの両極板に電池をつなぐと、電池のはたらきにより電荷が**移動**する。極板間の電位差が電池の電位差と**等しく**なると、電荷の移動は止まる。



図(a)

次に、図(b)のように、極板間を誘電体で満たすと、誘電体の原子や分子の電子配置にずれが生じる。そのため、誘電体の上面には**負**の電荷、下面には**正**の電荷が現れる。この



図(b)

現象を**誘電分極**という。

誘電体の表面に現れた電荷(**分極電荷**)によって生じた電場は、極板間の電場を**弱める**ので、極板間の電位差は**小さく**なり、電池はさらに電荷を**移動**させる。極板間の電位差が電池の電位差と**等しく**なると、電荷の移動は止まる。以上の結果より、極板間を誘電体で満たすと、同じ電位差 V で極板上に**多く**の電気量 Q が蓄えられることになり、 $Q = CV$ の関係より電気容量 C が**大きく**なることがわかる。

\ やって
みよう /

Q

(1) 極板間隔 d 、面積 S の平行板コンデンサーの電気容量 C_0 は、真空の誘電率 ϵ_0 を用いてどのように表されるか。

解答

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdots \cdots \text{答}$$

\ つづき /

Q

(2) (1) のコンデンサーの極板間を誘電率 ϵ の誘電体で満たしたコンデンサーの電気容量 C は、どのように表されるか。

解答

$$C = \epsilon \frac{S}{d} \cdots \cdots \text{答}$$

ϵ と ϵ_0 の比 $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$ を**比誘電率**という。

\ つづき /

Q

(3) C を C_0 と ϵ_r を用いて表せ。

解答

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon_r C_0 \cdots \cdots \text{答}$$

21

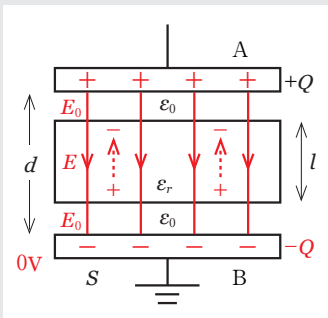
誘電体②

◎ 解説動画

\\ やって
みよう /

Q

図のように、面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーの極板 A に電荷 $+Q$ を与え、極板 B を接地する。極板間には、面積 S 、厚さ l 、比誘電率 ϵ_r の誘電体を極板と平行に入れる。誘電体全体の電気量の和は 0 であった。真空の誘電率を ϵ_0 とする。



POINT

!

接地(アース)の 2 つの意味

1. 電位の基準(0V)
2. 電荷の出し入れが自由にできる

\\ つづき /

Q

(1) 真空部分の電場の強さ E_0 を求めよ。

解答

ガウスの法則より

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad \text{..... 答}$$

\\ つづき /
Q

(2) 誘電体の誘電率 ϵ はいくらか。

解答

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad \text{..... 答}$$

\\ つづき /
Q

(3) 誘電体中の電場の強さ E を求めよ。

解答

ガウスの法則より

$$E = \frac{Q}{\epsilon S} = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad \text{..... 答}$$

\\ つづき /
Q

(4) 極板 A の電位 V を求めよ。

解答

$$\begin{aligned} V &= E_0(d-l) + El \\ &= \frac{Q(d-l)}{\epsilon_0 S} + \frac{Ql}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \\ &= \frac{Q\{\epsilon_r(d-l) + l\}}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad \text{..... 答} \end{aligned}$$

\\ つづき /
Q

(5) コンデンサー全体に蓄えられている静電エネルギー U を求めよ。

解答

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2 \{\epsilon_r(d-l) + l\}}{2\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad \text{..... 答}$$

22

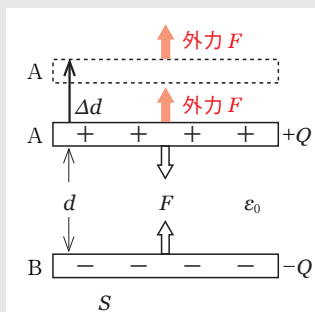
極板間引力

◎ 解説動画

\\ つづき /
 やって
 みよう /

Q

図のように、面積 S 、極板間隔 d の平行板コンデンサーの極板 A, B に、 $\pm Q$ の電荷が蓄えられている。極板 A, B の間にはたらく引力の大きさ F を次のようにして求めた。真空の誘電率を ϵ_0 とする。



\\ つづき /

Q

(1) A, B 間にはたらく引力に逆らって、A を B から Δd だけ引き離すのに要する仕事 ΔW を求めよ。

解答

$$\Delta W = F\Delta d \quad \cdots \text{答}$$

\\ つづき /

Q

(2) 引き離す前後のコンデンサーの電気容量 C , C' をそれぞれ求めよ。

解答

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad \cdots \text{答}$$

$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{d + \Delta d} \quad \cdots \text{答}$$

\\ つづき /
 Q

(3) 引き離す前後のコンデンサーの静電エネルギー U , U' をそれぞれ求めよ。

解答

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{dQ^2}{2\epsilon_0 S} \quad \cdots \text{答}$$

$$U' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{(d + \Delta d)Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad \cdots \text{答}$$

\\ つづき /

Q

(4) ΔW , U , U' の関係を答えよ。

解答

エネルギーと仕事の関係より

$$U + \Delta W = U' \quad \cdots \text{答}$$

\\ つづき /

Q

(5) (4) の関係を用いて、極板 A, B の間にはたらく引力の大きさ F を求めよ。

解答

$$\frac{dQ^2}{2\epsilon_0 S} + F\Delta d = \frac{(d + \Delta d)Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

$$F\Delta d = \frac{\Delta d \cdot Q^2}{2\epsilon_0 S}$$

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad \cdots \text{答}$$

23

コンデンサーの合成容量

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



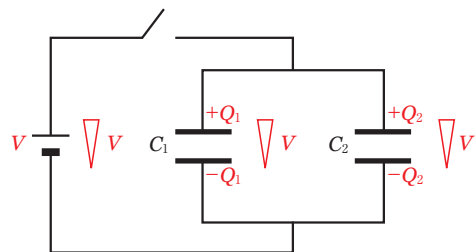
コンデンサーの合成容量

並列接続 $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ 直列接続 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

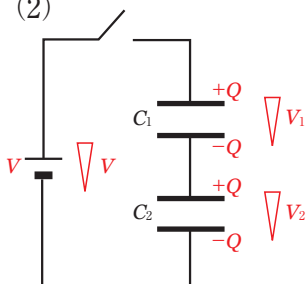
📌 コンデンサーの接続方法について考えよう。

電気容量 C_1 , C_2 の2つのコンデンサー C_1 , C_2 が、下図の(1)(2)のように接続されている。(1)のような接続を**並列**接続, (2)のような接続を**直列**接続という。ただし, (2)において, はじめ C_1 , C_2 には電荷が蓄えられて**いなかった**ものとする。

(1)



(2)



(1), (2)ともにスイッチを入れて, 電位差 V の電池で充電する。

📌 並列接続について考えよう。

(1)において, C_1 , C_2 に蓄えられる電気量を Q_1 , Q_2 とする。 C_1 , C_2 の極板間の電位差は, どちらも V だから

$$Q_1 = C_1 V, \quad Q_2 = C_2 V$$

コンデンサー全体に蓄えられる電気量 Q は

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V$$

したがって, コンデンサー全体の電気容量(**合成容量**) C は

$$C = \frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

一般に, 電気容量 C_1 , C_2 , \dots , C_n の n 個のコンデンサーを並列に接続したときの合成容量 C は, **POINT**の式で与えられる。

📌 直列接続について考えよう。

(2)において, C_1 の上の極板に蓄えられる電気量を Q とする。それぞれの極板には, 大きさが等しい電気量 Q が現れる。 C_1 , C_2 の極板間の電位差を V_1 , V_2 とすると

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

コンデンサー全体の電位差は V なので

$$V = V_1 + V_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q$$

したがって, 合成容量を C とすると, 次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{C} = \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

一般に, n 個のコンデンサーを直列に接続したときの合成容量 C は, **POINT**の式で与えられる。

POINT



コンデンサーの合成容量

並列接続 $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ 直列接続 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

24

金属板を挿入した
コンデンサーの電気容量

◎ 解説動画



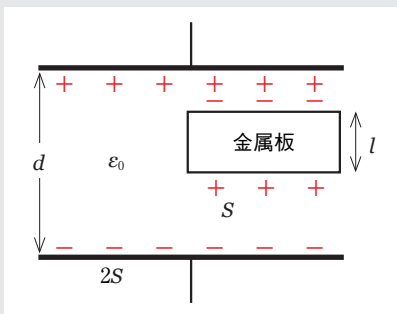
復習 コンデンサーの合成容量 C

並列接続 $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

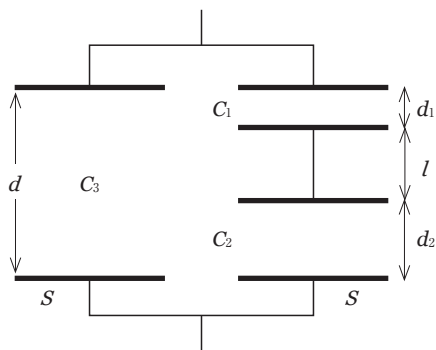
直列接続 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

やってみよう /
Q

図のように、極板間隔が d 、面積が $2S$ の平行板コンデンサーに、厚さ l 、面積 S の電荷を蓄えていない金属板を挿入する。金属板は極板間の右側半分に、極板と平行になるように置かれている。真空の誘電率を ϵ_0 として、このコンデンサー全体の電気容量 C を求めよ。



このコンデンサーを充電したときの帯電の様子を考えると、このコンデンサーは右図のような電気容量 C_1 、 C_2 、 C_3 の3つのコンデンサー C_1 、 C_2 、 C_3 が接続されたものとみなすことができる。



◎ 解答

はじめに、右側半分の合成容量 C_{12} を求めよう。

C_1 、 C_2 の極板間隔を d_1 、 d_2 とすると

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d_1}, \quad C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2}$$

C_1 と C_2 は直列接続だから

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 S}$$

ここで、 $d_1 + d_2 = d - l$ だから

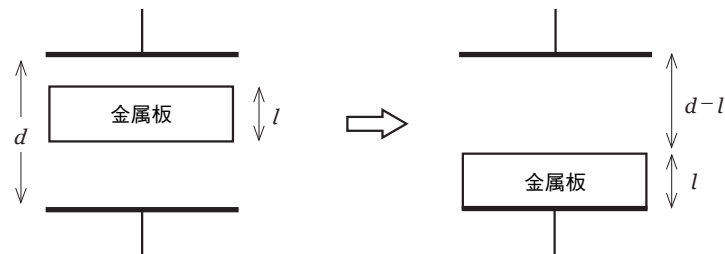
$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{d-l}{\epsilon_0 S} \quad \text{より} \quad C_{12} = \frac{\epsilon_0 S}{d-l}$$

また、 $C_3 = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ で、 C_3 と C_{12} は並列接続だから、このコンデンサー全体の電気容量 C は

$$C = C_3 + C_{12} = \frac{\epsilon_0 S}{d} + \frac{\epsilon_0 S}{d-l} = \frac{\epsilon_0 S(2d-l)}{d(d-l)} \quad \dots \text{答}$$

電荷を蓄えていない金属板が挿入されたコンデンサーの電気容量は、極板間隔が $d-l$ のコンデンサーと考えてよい。

秘
テクニック



25

電荷を蓄えているコンデンサー

◎ 解説動画

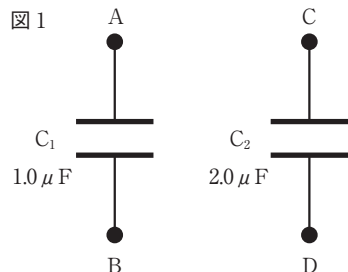


はじめから電荷を蓄えているコンデンサー

1. 電荷保存則 ⇒ 島を見つける。
2. 電位差の式 ⇒ 閉回路を1周するとき、電位のアップ
ダウンの総和はゼロになる

\ 押さえよ /
→\ やって
みよう /
Q

図1のような電気容量 $1.0\mu\text{F}$, $2.0\mu\text{F}$ のコンデンサー C_1 , C_2 を、それぞれ電圧 300V , 100V の電池で A, C が高電位になるように充電した。

\ つづき /
Q

(1) C_1 , C_2 に蓄えられた電気量 Q_1 , Q_2 [μC] をそれぞれ求めよ。

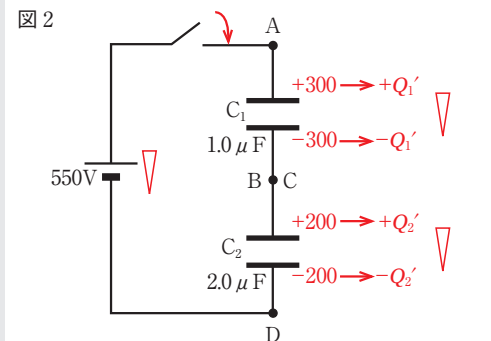
解答

$$Q_1 = 1.0 \times 300 = 300\mu\text{C} \quad \cdots \text{答}$$

$$Q_2 = 2.0 \times 100 = 200\mu\text{C} \quad \cdots \text{答}$$

\ つづき /
Q

(2) (1) で充電した C_1 , C_2 と電圧 550V の電池を図2のように接続し、スイッチを入れた。 C_1 , C_2 に蓄えられる電気量 Q_1' , Q_2' [μC] をそれぞれ求めよ。



はじめから電荷を蓄えているコンデンサーの問題は、次の2つの式を立てて解けばよい。

1. 電荷保存則 ⇒ 島を見つける。
2. 電位差の式 ⇒ 閉回路を1周するとき、電位のアップ
ダウンの総和はゼロになる

秘
テクニック

解答

$$\text{電荷保存則} \quad -Q_1' + Q_2' = -300 + 200 \quad \cdots \text{①}$$

$$\text{電位差の式} \quad 550 - \frac{Q_1'}{1.0} - \frac{Q_2'}{2.0} = 0 \quad \cdots \text{②}$$

② $\times 2 - \text{①}$ より

$$2Q_1' + Q_2' = 1100$$

$$\text{---} -Q_1' + Q_2' = -100$$

$$3Q_1' = 1200$$

$$Q_1' = 400\mu\text{C} \quad \cdots \text{答}$$

$$\text{①に代入して} \quad Q_2' = -100 + 400 = 300\mu\text{C} \quad \cdots \text{答}$$

\ つづき /
Q

(3) C_1 , C_2 の極板間の電位差 V_1 , V_2 [V] をそれぞれ求めよ。

解答

$$V_1 = \frac{400}{1.0} = 400\text{V}, \quad V_2 = \frac{300}{2.0} = 150\text{V} \quad \cdots \text{答}$$

26

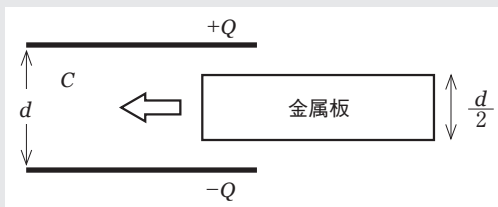
極板間への金属板の挿入

◎ 解説動画

やって
みよう /

Q

図のように、極板間隔 d 、電気容量 C の平行板コンデンサーに、電気量 Q が蓄えられている。極板と同形で厚さ $\frac{d}{2}$ の電荷を蓄えていない金属板を、極板に平行に挿入する。



つづき /

Q

(1) 挿入後の電気容量 C' を求めよ。

解答

$$C' = 2C \quad \cdots \text{答}$$

つづき /

Q

(2) 挿入前後のコンデンサーの静電エネルギー U , U' を求めよ。

解答

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad \cdots \text{答}$$

$$U' = \frac{Q^2}{2C'} = \frac{Q^2}{4C} \quad \cdots \text{答}$$

つづき /

Q

(3) 挿入に要した仕事、すなわち外力のした仕事 W を求めよ。

解答

エネルギーと仕事の関係より

$$U + W = U'$$

$$W = U' - U = \frac{Q^2}{4C} - \frac{Q^2}{2C} = -\frac{Q^2}{4C} \quad \cdots \text{答}$$

つづき /

Q

(4) 挿入の際、金属板はコンデンサーからどちら向きに力を受けたか。

解答

(3) の解答より、外力のした仕事は負の値であり、金属板の変位が左向きなので、外力は右向きになる。

したがって、挿入の際に金属板にはたらく力のつりあいより金属板がコンデンサーから受けた力は**左向き**になる。 $\cdots \text{答}$

27

電流

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



$$\text{電流 } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\text{電流の大きさ } I = envS$$

📌 電流とは何か？

荷電粒子の流れを**電流**という。電流の向きは**正**の電荷が移動する向き、または**負**の電荷が移動する向きと逆向きと定める。電流の大きさは、**単位時間**あたりに導体の断面を通過する**電気量**で表される。したがって、 Δt [s] 間に導体の断面を通過する電気量が ΔQ [C] のとき、流れている電流 I は、次の式で与えられる。

POINT



$$\text{電流 } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

この式から電流の単位は [C/s] となるが、これを**アンペア** [A] と表す。

📌 電流の大きさを自由電子の流れで表そう。

断面積 S [m²] の導体中を、電気量 $-e$ [C] の自由電子が平均の速さ v [m/s] で移動している。単位体積あたりの自由電子の数を n [1/m³] とする。

導体中の1つの断面を Δt [s] 間に通過する自由電子の数は

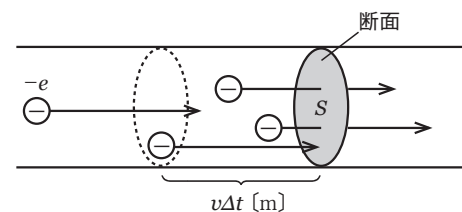
$$nSv\Delta t$$

この間に断面を通過する電気量の大きさ $|\Delta Q|$ [C] は

$$|\Delta Q| = envS\Delta t$$

したがって、流れている電流の大きさ I [A] は

$$I = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right| = envS$$



POINT



$$\text{電流の大きさ } I = envS$$

28

オームの法則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

オームの法則 $V = RI$ 抵抗 $R = \rho \frac{l}{S}$

復習

電流の大きさ $I = envS$

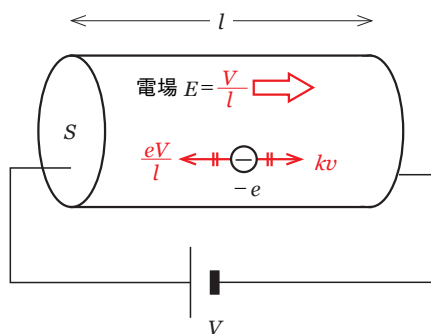
① 自由電子の運動からオームの法則を導こう。

断面積 S [m²]、長さ l [m] の導体に電圧 V [V] を加える。導体中には強さ $\frac{V}{l}$ [V/m] の電場が右向きに生じる。電荷 $-e$ [C] の導体中の自由電子は、電場から左向きに強さ

$\frac{eV}{l}$ [N] の静電気力を受けて移動する。

移動中の自由電子は、金属の陽イオンと衝突をくり返しながらか進んでいくが、この運動は平均の速さ v [m/s] に比例する抵抗力 kv [N] (k は比例定数) を受ける等速度運動と考えてよい。

自由電子にはたらく力のつりあいより、自由電子の平均の速さ v は



$$\frac{eV}{l} = kv \quad v = \frac{eV}{kl} \quad \dots \textcircled{1}$$

と定まる。また、導体に流れる電流の大きさ I [A] は、自由電子の単位体積あたりの個数 n [1/m³] を用いて

$$I = envS$$

と表されるから、この式に①を代入して

$$I = enS \cdot \frac{eV}{kl} = \frac{e^2 n S V}{kl}$$

となる。ここで、 $R = \frac{kl}{e^2 n S} \quad \dots \textcircled{2}$ とおくと

$$I = \frac{V}{R} \quad V = RI$$

と表され、電流 I は電圧 V に比例することがわかる。

これをオームの法則という。

POINT
オームの法則 $V = RI$ ② オームの法則の R は何を表しているか？

オームの法則において、電圧 V を一定にとると、 R が大きいほど電流 I は流れにくくなる。

そこで、 R を電気抵抗または抵抗という。抵抗の単位はオーム [Ω] を用いる。

また、②式において $\rho = \frac{k}{e^2 n}$ とおくと

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

POINT
抵抗 $R = \rho \frac{l}{S}$

となり、抵抗 R は長さ l に比例し、断面積 S に反比例することがわかる。 ρ は導体の材質や温度によって決まる定数で、抵抗率といい、単位は [$\Omega \cdot \text{m}$] である。

29

キルヒホッフの法則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



キルヒホッフの法則

第1法則：電流保存則

第2法則：電位差の式

多くの抵抗や電池などが接続された回路において、各部分の電流や電圧を求めるには、次の**キルヒホッフ**の法則を用いればよい。

POINT



キルヒホッフの法則第1法則：電流保存則

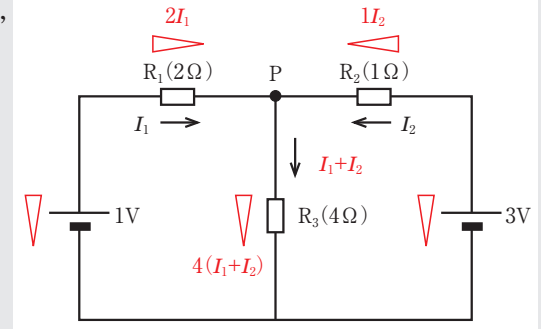
⇒分岐点に流れ込む電流の和は、分岐点から流れ出る電流の和に**等しい**。

キルヒホッフの法則第2法則：電位差の式

⇒**閉回路**を1周するとき、電位の**アップダウン**の総和は0になる。

 やって
みよう /
Q

右の回路において、 R_1 、 R_2 、 R_3 の各抵抗に流れる電流をそれぞれ求めよ。



解答

R_1 、 R_2 の抵抗に流れる電流を図の向きに I_1 、 I_2 [A] とすると、キルヒホッフの第1法則により、 R_3 の抵抗に流れる電流は、図の向きに、 $I_1 + I_2$ [A] になる。

ここで、回路中の各部分の電位差を記入する。次に、キルヒホッフの第2法則の式を立てる。

$$1 - 2I_1 + 1I_2 - 3 = 0 \quad I_2 = 2I_1 + 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$1 - 2I_1 - 4(I_1 + I_2) = 0 \quad 6I_1 + 4I_2 = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①を②に代入して

$$6I_1 + 8I_1 + 8 = 1$$

$$14I_1 = -7$$

$$I_1 = -0.5$$

これを①に代入して

$$I_2 = -1 + 2 = 1$$

また

$$I_1 + I_2 = -0.5 + 1 = 0.5$$

R_1 に流れる電流：左向きに **0.5A**

R_2 に流れる電流：左向きに **1A**

R_3 に流れる電流：下向きに **0.5A** …… 答

30

コンデンサーを含む
直流回路①

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



直流回路内のコンデンサーのふるまい

充電前 ⇒ 導線 充電後 ⇒ 断線

電圧 V の電池、抵抗値 R の抵抗、電気容量 C のコンデンサーを用いて、図のような回路を組んだ。はじめ、コンデンサーには電荷は蓄えられていなかったものとする。

⬇ スイッチを入れた瞬間、回路に
流れる電流 I はいくらになるか？

スイッチを入れた瞬間、コンデンサーに蓄えられている電気量は 0 なので、極板間の電位差は 0 になる。

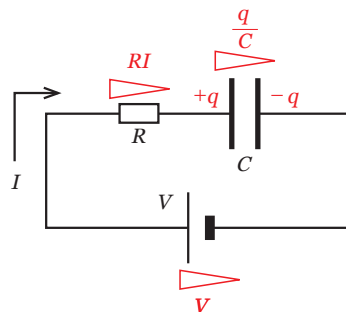
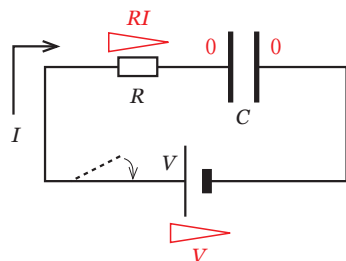
したがってキルヒホッフの第2法則より

$$V - RI = 0$$

$$I = \frac{V}{R}$$

と求められる。

次に、スイッチを入れて少し時間が経過すると、コンデンサーには電気量 q が蓄えられる。



⬇ このとき、回路に流れる電流 I はいくらになるか？

キルヒホッフの第2法則より

$$V - RI - \frac{q}{C} = 0$$

$$I = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC}$$

と求められる。

時間の経過とともに q は大きくなり I は小さくなる。やがて十分に時間が経過し、コンデンサーの充電は完了する。

⬇ コンデンサーの充電が完了すると、回路に流れる電流 I 、コンデンサーに蓄えられる電気量 q はいくらになるか？

充電が完了すると、 $I = 0$ となり極板間の電位差は V になるので、 $q = CV$ となる。

秘

テクニック

直流回路内のコンデンサーのふるまい

充電前 ⇒ 導線 充電後 ⇒ 断線