

## 84

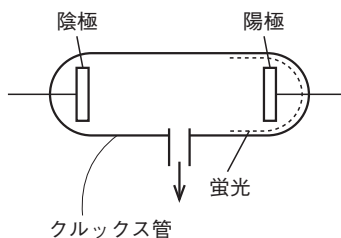
## トムソンの実験

◎ 解説動画



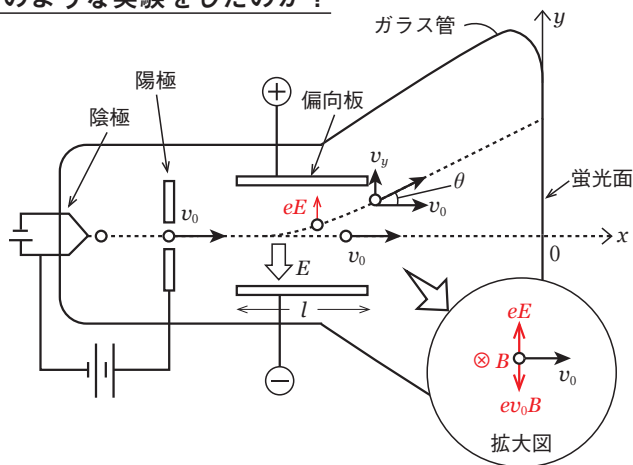
## 📌 陰極線とは何か？

ガラス管に電極を封入し高電圧を加え、管内の気体を抜いていくと陽極側のガラス壁が蛍光を発するようになる。これは、陰極から陽極に向かって何かが出ているためであり、この何かを**陰極線**とよんでいる。



## 📌 トムソンはどのような実験をしたのか？

トムソンは右図のような装置を用いて、陰極線が負の電気をもつ粒子の流れであることをつきとめた。



偏向板の間に電場と磁場の両方を加えると陰極線粒子を直進させることができる。電場の強さ  $E$  と磁束密度  $B$  の値から、質量  $m$ 、電気量  $-e$  の陰極線粒子の速さ  $v_0$  は、次のようにして求められる。

$$eE = ev_0B \quad v_0 = \frac{E}{B} \quad \cdots \textcircled{1}$$

次に、偏向板の間に強さ  $E$  の電場だけを加えると陰極線の進む方向が角  $\theta$  だけずれる。

## 📌 陰極線粒子の比電荷を求めよう。

粒子は偏向板の間では電場と**逆**向きに大きさ  $eE$  の静電気力を受けるから、 $y$  方向の加速度  $a_y$  は、運動方程式を用いて

$$ma_y = eE \quad a_y = \frac{eE}{m}$$

と求められる。 $x$  方向には力がはたらかないので、速度の  $x$  成分は  $v_0$  である。したがって、粒子が長さ  $l$  の偏向板間を通過する時間  $t$  は

$$t = \frac{l}{v_0}$$

偏向板を出るときの粒子の速度の  $y$  成分  $v_y$  は

$$v_y = a_y t = \frac{eEl}{mv_0}$$

$$\text{よって、} \tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{eEl}{mv_0^2} \quad \cdots \textcircled{2}$$

したがって、粒子の比電荷  $\frac{e}{m}$  は、①、②式より

$$\frac{e}{m} = \frac{v_0^2}{El} \tan \theta = \frac{E \tan \theta}{B^2 l}$$

トムソンは、このような方法で陰極線粒子の比電荷をいくつも測定し、常に同じ値になることをつきとめた。すなわち、陰極線は1種類の粒子の流れであることがわかった。これがのちに**電子**とよばれる粒子である。

## 85

## ミリカンの油滴実験

◎ 解説動画



📌 ミリカンは、どのような方法で電子の電荷を測定したのか？

ミリカンは、次のような実験を行い、はじめて電子の電荷（電気素量）を測定することに成功した。

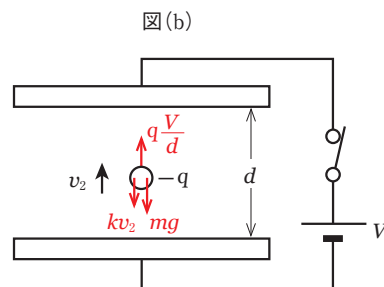
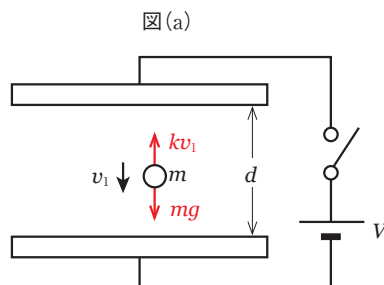
霧吹きで油滴をつくると、摩擦により油滴は帯電する。はじめ、図(a)のように、電圧をかけていない極板間で油滴を落下させる。油滴は速さに比例する抵抗力（比例定数  $k$ ）

を受けるので、やがて一定の速さ  $v_1$  で落下するようになる。油滴の質量を  $m$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とすると、落下中の油滴にはたらく力のつりあいの式は、次のように表される。

$$kv_1 = mg \quad \cdots \textcircled{1}$$

続いて、図(b)のように極板間に電圧  $V$  をかけると、油滴は上昇し、その速さはやがて一定値  $v_2$  になる。油滴の電気量を  $-q$  ( $q > 0$ )、極板間隔を  $d$  とすると、上昇中の油滴にはたらく力のつりあいの式は次のように表される。

$$q \cdot \frac{V}{d} = mg + kv_2 \quad \cdots \textcircled{2}$$



①, ②より測定困難な  $m$  を消去すると

$$q \frac{V}{d} = k(v_1 + v_2)$$

$$q = \frac{kd(v_1 + v_2)}{V}$$

すなわち、実測値から  $q$  の値を求めることができる。

ミリカンは、多数の油滴の電気量を測定し、その大きさが、常に  $e \doteq 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$  の整数倍になっていることを発見した。これが電子の電荷の大きさ、すなわち電気素量である。



\押さえよ/



## 不純物半導体のキャリア

n 型半導体 ⇒ 電子 (電場と逆向きに移動)

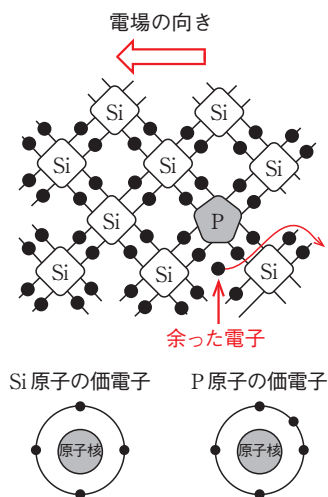
p 型半導体 ⇒ ホール (電場と同じ向きに移動)

## ⬇ p 型半導体とは何か？

純粋なケイ素 (Si) やゲルマニウム (Ge) など、抵抗率が導体と不導体の中間なので、**半導体**とよばれる。純粋な Si や Ge に、リン (P) やアルミニウム (Al) などの不純物を加えると、さらに抵抗率が小さくなる。これを**不純物半導体**という。

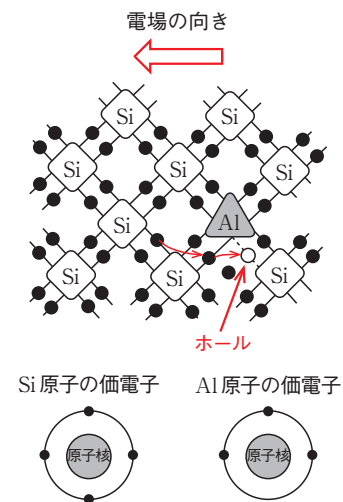
## ⬇ n 型半導体とは何か？

Si や Ge の結晶中に微量のリン (P) やアンチモン (Sb) を加えたものを**n 型半導体**という。Si は 4 個の価電子、P は 5 個の価電子をもつ。Si の結晶中の P の原子は、5 個の価電子のうち 4 個は Si との結合に使うが、価電子 1 個は余ってしまう。この余った電子が電流の担い手 (**キャリア**) となる。



## ⬇ p 型半導体とは何か？

Si や Ge の結晶中に微量のアルミニウム (Al) やインジウム (In) を加えたものを**p 型半導体**という。Si の結晶中の Al の原子は、価電子を 3 個しかもっていないので、電子の不足した孔<sup>あな</sup>ができてしまう。これを**ホール**または**正孔**<sup>せいこう</sup>という。ホールは**正電荷**のように電場の向きに移動し、電流の担い手となる。



## 87

## 半導体ダイオード

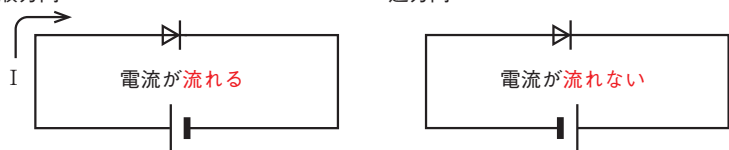
○ 解説動画


 \押さえよ/  
→

半導体ダイオード(-p-n-は、記号-|&gt;-で表される)

順方向

逆方向



復習

不純物半導体のキャリア

n 型半導体 ⇒ 電子 (電場と逆向きに移動)

p 型半導体 ⇒ ホール (電場と同じ向きに移動)

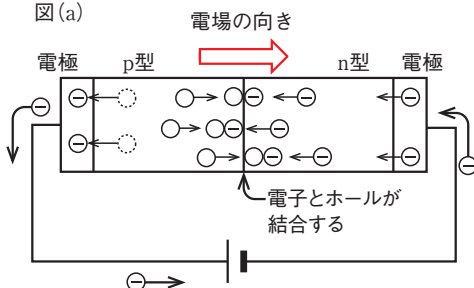
## ④ 半導体ダイオードとは何か？

p 型半導体と n 型半導体を接合したものを**半導体ダイオード**という。

## ④ 電圧のかけかたによる違いを見てみよう。

ダイオードに図(a)のような電圧をかけると、p 型の**ホール**は n 型のほうへ、n 型の**電子**は p 型のほうへ移動し、接合面付近で**結合**して消滅する。p 型の

図(a)

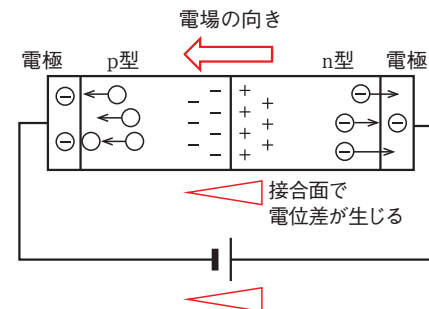


電極付近では、**電子**が電極に引かれていくため、新たに**ホール**ができる。一方、n 型の電極からは**電子**が送り込まれるため、電流は流れ続ける。このような電圧のかけかたを**順方向**という。

ダイオードに図(b)のような電圧をかけると、p 型の**ホール**は電極のほうへ移動し、電極内の**電子**と**結合**して消滅する。n 型の**電子**は電極に入っていく。そのため、接合部付近では、p 型は**ホー**

図(b)

**ル**がなくなった分だけ**負**の電気が生じ、n 型は**電子**がなくなった分だけ**正**の電気が生じる。その結果、n 型のほうが p 型よりも**高**電位となり、この電位差が電源電圧と等しくなると、電流は流れなくなる。このような電圧のかけかたを**逆方向**という。



このように、ダイオードには**順方向**の電圧のときにだけ電流を流すはたらきがある。このはたらきをダイオードの**整流作用**といい、交流を直流に変換するときに用いられる。



\押さえよ/



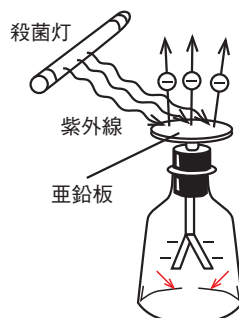
$$\text{光子のエネルギー} \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\text{光電効果} \quad h\nu = W + \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad (\text{光電方程式})$$

$$(\text{仕事関数 } W = h\nu_0)$$

### 📌 光電効果とは何か？

金属に光を当てるとその表面から電子が飛び出す。この現象を**光電効果**といい、飛び出した電子を**光電子**という。



### 📌 光量子説とは何か？

アインシュタインは光は波動性ととも**に粒子**としての性質(**粒子性**)をもつと考えた。その粒子を**光子**、または**光量子**といい、光子1個のエネルギー  $E$  は、光の振動数  $\nu$ 、波長  $\lambda$ 、真空中の光速  $c$  を用いて次のように表される。

POINT



$$\text{光子のエネルギー} \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

ここで、 $h$  を**プランク定数**といい、次の値をもつ。

$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

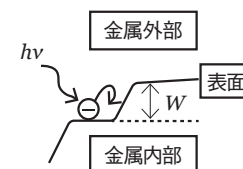
### 📌 仕事関数とは何か？

金属内の電子が外に出るために必要な最小のエネルギー  $W$  を**仕事関数**という。

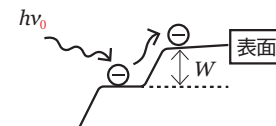
### 📌 光量子説を用いて光電効果を説明してみよう。

振動数  $\nu$  の光を金属に当てると、金属内の1個の電子は1個の光子からエネルギー  $h\nu$  を吸収し、金属の外に飛び出そうとする。

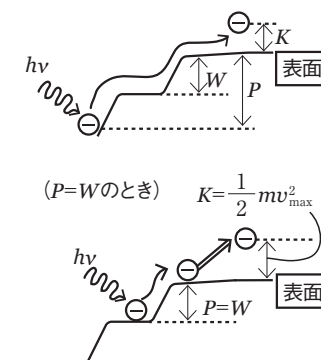
①  $h\nu < W$  のとき、電子は金属を飛び出すことは**できない**。



②  $h\nu = W$  のとき、電子は金属表面に**出られる**が、初速度は**0**である。このときの光子の振動数  $\nu_0$  が**限界振動数**である。すなわち、仕事関数は、 $W = h\nu_0$  と表すことができる。



③  $h\nu > W$  のとき、光電子は金属を飛び出すことができる。光電子が金属表面に出るのに必要なエネルギーを  $P$ 、光電子が金属表面を飛び出すときの運動エネルギーを  $K$  とすると、エネルギー保存則より



$$h\nu = P + K$$

$$\text{ここで、} P = W \text{ のとき、} K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

となるから、光電効果について、次の関係式が成り立つ。

POINT



$$\text{光電効果} \quad h\nu = W + \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad (\text{光電方程式})$$

## 89

## 光電効果②

○ 解説動画



\ 押さえよ /



光電子の最大運動エネルギー  $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0$

復習

光子のエネルギー  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

光電効果  $h\nu = W + \frac{1}{2}mv_{\max}^2$  (光電方程式) (仕事関数  $W = h\nu_0$ )

\ やって  
みよう /

Q

図1は光電効果を調べるための実験装置である。一定の強度、振動数 $\nu$ の光を陰極Aに当てながら陽極Bの電位 $V$ を変えて、回路に流れる電流 $I$ を調べたところ、図2のようなグラフを得た。必要ならば、電子の電荷を $-e$ 、プランク定数を $h$ として、次の問いに答えよ。

図1)

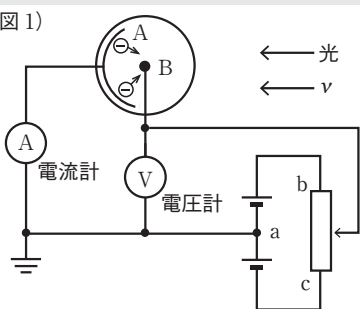
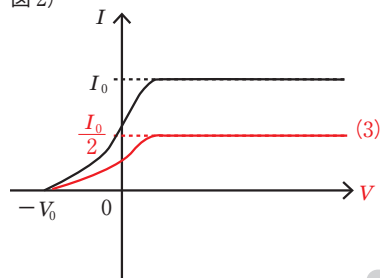


図2)



\ つづき /

Q

(1) 陽極Bの電位 $V$ を十分に大きくしていくと、電流 $I$ が $I_0$ になる。このとき、陰極Aから単位時間あたりに飛び出してくる光電子の個数はいくらか。

解答

\ つづき /

Q

(2) 陰極Aから飛び出す光電子の最大運動エネルギー $K_{\max}$ はいくらか。

解答

$$K_{\max} - eV_0 = 0$$

$$K_{\max} = eV_0 \quad \text{…… 答}$$

\ つづき /

Q

(3) 光の強度を半分にしたときに予想される電流 $I$ のグラフを、図2の中にかき入れよ。

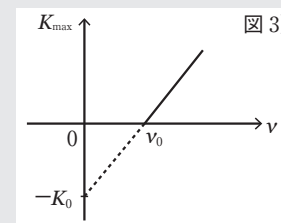
解答

図2の赤実線部 …… 答

\ つづき /

Q

(4) 振動数 $\nu$ の値を変えて実験を行い、 $\nu$ と $K_{\max}$ との関係をグラフにしたところ図3のようになった。図3のグラフの傾きは何を表すか。



解答

$$h\nu = W + K_{\max} \quad K_{\max} = h\nu - W \quad \cdots \textcircled{1} \quad \text{プランク定数} \quad \text{…… 答}$$

\ つづき /

Q

(5) 図3の中の $\nu_0$ は何を表すか。

解答

限界振動数 …… 答

\ つづき /

Q

(6) 図3の中の $-K_0$ について、 $K_0$ は何を表すか。また、 $K_0$ を $\nu_0$ を用いて表せ。

解答

$$K_0 \text{ は仕事関数} \quad \cdots \text{…… 答} \quad \textcircled{1} \text{式において } W = K_0, \text{ また } \nu = \nu_0 \text{ のとき, } K_{\max} = 0 \text{ だから}$$

$$0 = h\nu_0 - K_0 \quad K_0 = h\nu_0 \quad \text{…… 答}$$

$$\frac{I_0}{e} \text{ 個} \quad \text{…… 答}$$



\押さえよ/

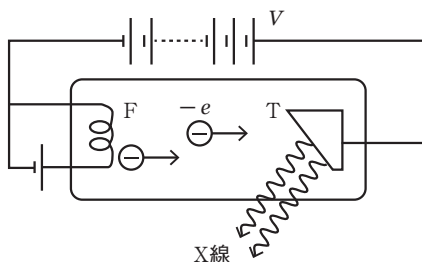


## 連続 X 線の最短波長

$$eV = \frac{hc}{\lambda_0} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{eV}$$

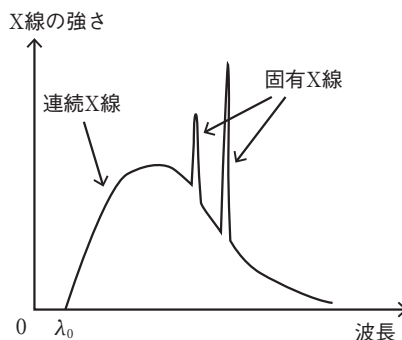
## ⬇ X線とは何か？

図のように、真空のガラス管に電極を封入し高電圧を加えると、陰極のフィラメント F から出てきた熱電子が加速されて、高速で陽極のターゲット T に衝突する。このとき、ターゲット T から短い波長の電磁波が出てくる。これが **X線** である。



## ⬇ X線の波長と強さとの関係を見てみよう。

X線の波長と強さとの関係は、図のようになる。なめらかな曲線で表される部分を **連続 X 線**，鋭いピークで表される部分を **固有 X 線** (**特性 X 線**) という。



## ⬇ 連続 X 線の最短波長を求めよう。

電子の電荷の大きさを  $e$ ，電極間に加えた電圧を  $V$  とすると，ターゲット T に衝突する直前に電子がもっている運動エネルギーは  **$eV$**  である。このエネルギーの一部，または全部が X 線の **光子** のエネルギーになり，残りがターゲットの原子の熱エネルギーになる。発生する X 線の最短波長を  $\lambda_0$ ，真空中の光速を  $c$ ，プランク定数を  $h$  とすると，次のエネルギー保存則の式が成り立ち，最短波長  $\lambda_0$  を求めることができる。

POINT



## 連続 X 線の最短波長

$$eV = \frac{hc}{\lambda_0} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{eV}$$

## ⬇ 電子ボルトとは何か？

電子や光子などのエネルギーはきわめて小さいので，エネルギーの単位には，ジュール [J] のほかに，**電子ボルト [eV]** が使われることがある。1eV は，電子が 1V の電圧で加速されるときに得る運動エネルギーなので，これをジュールで表すと次のような値になる。

POINT



$$1\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{J}$$



## 91

## ブラッグ反射

解説動画



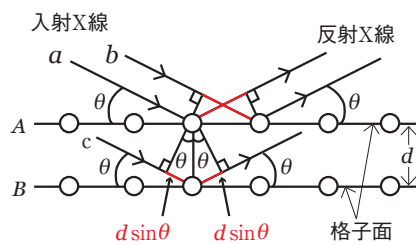
\押さえよ/



## ブラッグの反射条件

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

図のように、結晶中の格子面に対して角  $\theta$  の方向から波長  $\lambda$  の X 線を入射させる。間隔  $d$  の格子面にあるたくさんの原子によって X 線は散乱され、いろいろな方向に進む。



📌 散乱 X 線が強めあうための条件を考えよう。

散乱された X 線が干渉して強めあうためには、次の 2 つの条件を同時に満たさなければならない。

- ① **反射の法則** が成り立っていること。
- ② 隣り合う格子面での散乱 X 線 (**反射 X 線**) が **同位相** になっていること。

X 線  $a$  と  $c$  の経路差は  $2d \sin \theta$  であるから、①と②をとともに満たす条件式は、次のように表される。

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

これを **ブラッグの反射条件** という。

POINT

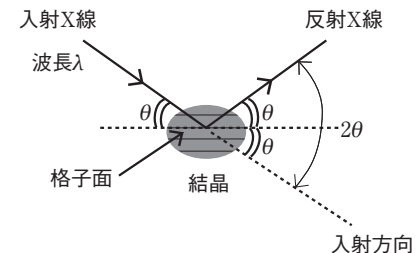


## ブラッグの反射条件

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

波長  $\lambda$  のわかっている X 線を用いて実験すれば、ブラッグの反射条件から、格子面の方向や間隔  $d$  が求められ、結晶構造を知ることができる。

このような実験結果は、X 線が**波**としての性質(**波動性**)をもつことを示している。





## 92

## コンプトン効果

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



$$\text{光子の運動量 } P = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

復習

$$\text{光子のエネルギー } E = hv = \frac{hc}{\lambda}$$

### 光子の運動量はどのように表されるか？

アインシュタインは、振動数  $\nu$ 、波長  $\lambda$  の光子は、エネルギー  $h\nu$  をもつと同時に、次式で表される運動量  $P$  を光の進む向きにもつと考えた。

POINT



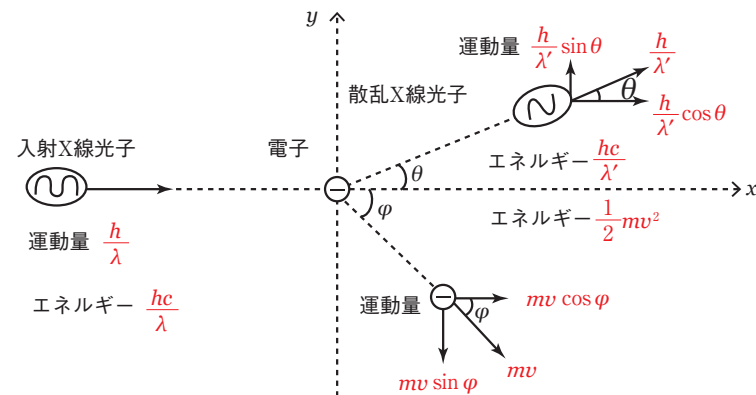
$$\text{光子の運動量 } P = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

### コンプトン効果とは何か？

X線を物質に当てると、散乱されるX線の中には入射X線より少し波長の長いX線が含まれることが観測される。この現象を**コンプトン効果**という。この現象はX線を**光子**として考え、光子が物質中に静止している**電子**と**完全弾性衝突**を行うものとして説明することができる。

### コンプトン効果において成り立つ関係式を考えよう。

入射X線、散乱X線の波長をそれぞれ  $\lambda$ 、 $\lambda'$  とし、散乱X線は入射X線に対して角度  $\theta$  の方向に進む。電子の質量を  $m$ 、光速度を  $c$ 、プランク定数を  $h$  とする。



運動量保存則

$$x \text{ 方向 } \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + mv \cos \varphi \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$y \text{ 方向 } 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta - mv \sin \varphi \quad \cdots \textcircled{2}$$

エネルギー保存則

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \text{ や, } \frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} = 2 \text{ とみなす}$$

近似を用いて測定困難な  $v$  と  $\varphi$  を消去すると

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

このことから、散乱X線の波長は散乱角  $\theta$  が大きいほど**長く**なることがわかる。この実験結果は、X線が**粒子**としての性質(**粒子性**)をもつことを示している。

## 93

## 物質波

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



$$\text{物質波の波長 } \lambda = \frac{h}{mv}$$

復習

$$\text{光子の運動量 } P = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

## 📌 物質波とは何か？

光やX線は、波動性だけでなく**粒子性**もあわせもっていることが、**光電効果**や**コンプトン効果**によって示された。**ド・ブロイ**は、これとは逆に粒子だと考えられていた電子などにも**波動性**があるのではないかと考えた。このように、物質粒子が波動としてふるまうときの波を**物質波**という。

## 📌 物質波の波長はどのように表されるのか？

質量  $m$  [kg]、速さ  $v$  [m/s] の物質粒子が示す物質波の波長 (**ド・ブロイ波長**)  $\lambda$  [m] は、プランク定数  $h$  [J・s] を用いて、次のように表される。

POINT



$$\text{物質波の波長 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

 やって  
みよう /  
Q

質量  $m$  [kg]、電荷  $-e$  [C] の電子が、静止状態から  $V$  [V] の電圧によって加速された。

 つづき /  
Q

(1) 加速後の電子の速さ  $v$  [m/s] を求めよ。

解答

$$eV = \frac{1}{2}mv^2$$

$v > 0$  だから

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \dots \text{答}$$

 つづき /  
Q

(2) この電子のド・ブロイ波長  $\lambda$  [m] を求めよ。ただし、プランク定数を  $h$  [J・s] とする。

解答

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2eV}{m}}}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \dots \text{答}$$

(2) で考えたように、電子が波動としてふるまうときの波を特に**電子波**という。

## 94

## ボーアの水素原子模型①

◎ 解説動画



## 水素原子のスペクトル

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

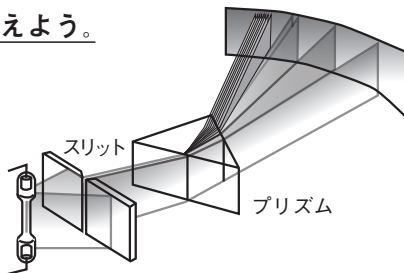
## ボーアの水素原子模型

$$\text{量子条件 } 2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv}$$

$$\text{振動数条件 } E_n - E_{n'} = \frac{hc}{\lambda}$$

## 📌 水素原子の発する光について考えよう。

水素の気体を放電管に入れて放電し、出てきた光をプリズムで分光すると、水素原子固有のスペクトルが観測される。その波長 $\lambda$ は次式で与えられ、 $n'=1$ を**ライマン**系列(**紫外**部)、 $n'=2$ を**バルマー**系列(**可視光**部)、 $n'=3$ を**パッシェン**系列(**赤外**部)という。



POINT



## 水素原子のスペクトル

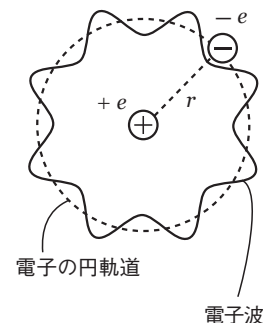
$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n, n' \text{ は自然数, } n > n')$$

$R$  は**リュードベリ**定数とよばれ、 $R = 1.10 \times 10^7$  [1/m] である。

## 📌 ボーアはどのような水素原子模型を考えたのか？

ボーアは水素原子のスペクトルを説明するために、次のような2つの仮定を含む水素原子模型を考えた。

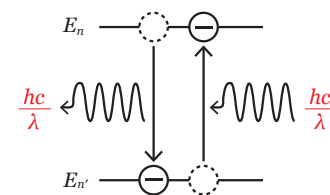
[仮定1] 電子は陽子を中心とする円軌道上を運動するが、その円周の長さが電子波の波長の自然数倍となる軌道だけが安定な状態(**定常状態**)となる。定常状態における電子のエネルギーの値を**エネルギー準位**という。電子の質量を $m$ 、速さを $v$ 、軌道半径を $r$ 、プランク定数を $h$ とすると、仮定1は次のように表される。



$$2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

この条件を**量子条件**といい、自然数 $n$ を**量子数**という。

[仮定2] 原子中の電子が、エネルギー準位 $E_n$ から $E_{n'} (n > n', E_n > E_{n'})$ に移るとき、その差のエネルギーを1個の光子として放出する。放出する光の波長を $\lambda$ 、光の速さを $c$ とすると、仮定2は次のように表される。



$$E_n - E_{n'} = \frac{hc}{\lambda}$$

この条件を**振動数条件**という。

POINT



## ボーアの水素原子模型

$$\text{量子条件 } 2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv}$$

$$\text{振動数条件 } E_n - E_{n'} = \frac{hc}{\lambda}$$

## 95

## ボーアの水素原子模型②

◎ 解説動画



復習

水素原子のスペクトル

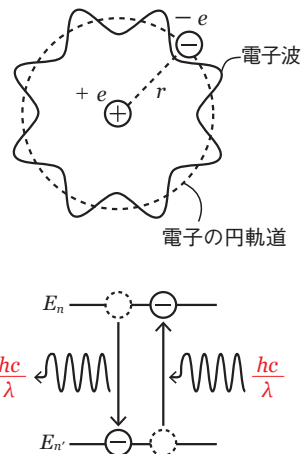
$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

ボーアの水素原子模型

$$\text{量子条件 } 2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv}$$

$$\text{振動数条件 } E_n - E_{n'} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$(n > n', E_n > E_{n'})$$

① 量子数  $n$  の軌道半径  $r_n$  を求めよう。

量子数  $n$ 、半径  $r_n$  の軌道上を、質量  $m$ 、電荷  $-e$  の電子が、電荷  $+e$  の陽子を中心として、速さ  $v_n$  で等速円運動している。クーロンの法則の比例定数を  $k$  とすると、電子の運動方程式は

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2} \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで、量子条件の式より

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \quad \dots \textcircled{2}$$

②を①に代入して  $r_n$  を求めると

$$m \cdot \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 r_n^2} = k \frac{e^2}{r_n}$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k m e^2} \quad \dots \textcircled{3}$$

この式に  $h, k, m, e$  の値を代入し、 $n = 1$  としたときの電子の軌道半径  $r_1$  を **ボーア半径** という。 $r_1$  の2倍は、その当時すでにわかっていた水素原子の大きさ約  $10^{-10}\text{m}$  とほぼ一致した。

② 量子数  $n$  のエネルギー準位  $E_n$  を求めよう。

半径が  $r_n$  のとき、電子のエネルギー  $E_n$  は

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - k \frac{e^2}{r_n}$$

さらに、①式を用いて  $r_n$  と定数で表すと

$$E_n = \frac{k e^2}{2 r_n} - \frac{k e^2}{r_n} = -\frac{k e^2}{2 r_n}$$

この式に③式を代入すると、 $E_n$  は次のように表される。

$$E_n = -\frac{k e^2}{2} \times \frac{4\pi^2 k m e^2}{n^2 h^2} = -\frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{n^2 h^2} \quad \dots \textcircled{4}$$

## ③ 水素原子のスペクトルの式を導こう。

電子がエネルギー準位  $E_n$  から  $E_{n'} (n > n', E_n > E_{n'})$  に移るとき、放出される光の波長  $\lambda$  は、振動数条件と④式から、次のように表される。

$$\frac{hc}{\lambda} = -\frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{ch^3} \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

こうして理論的に水素原子のスペクトルの式を導くことができる。2式を比較するとリュードベリ定数  $R$  は、次のように表される。

$$R = \frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{ch^3}$$



\押さえよ/



## 原子核の表しかた

質量数(=陽子の数+中性子の数) 類例 { 陽子:  ${}^1_1\text{p}$  ( ${}^1_1\text{H}$ )  
 ${}^A_Z\text{X}$  ← 元素記号 中性子:  ${}^1_0\text{n}$   
 原子番号(=陽子の数) 電子:  ${}^0_{-1}\text{e}$

## 原子核反応式

左右両辺の { 質量数 の和  
 原子番号 の和 } は等しい。

## 📌 原子核のつくりについて考えよう。

原子核は陽子と中性子からできており、陽子と中性子を総称して核子という。陽子は水素の原子核そのもので電気素量  $e$  の正電荷と電子の 1836 倍の質量をもつ。中性子は電荷をもたず、質量は陽子とほとんど同じである。

原子核中の陽子の数  $Z$  を原子番号という。したがって、原子番号  $Z$  の原子の原子核は、 $Ze$  の正電荷をもつ。また、原子核中の陽子の数  $Z$  と中性子の数  $N$  との和を、その原子核の質量数  $A$  という。

$$\text{質量数 } A = Z + N$$

## 📌 原子核の表しかたを学ぼう。

原子核は、元素記号を  $X$ 、質量数を  $A$ 、原子番号を  $Z$  として、 ${}^A_Z\text{X}$  のように表す。

例)  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$

陽子:  ${}^1_1\text{p}$  ( ${}^1_1\text{H}$ ), 中性子:  ${}^1_0\text{n}$ , 電子:  ${}^0_{-1}\text{e}$

## POINT



## 原子核の表しかた

質量数(=陽子の数+中性子の数)

${}^A_Z\text{X}$  ← 元素記号

原子番号(=陽子の数)

## 📌 原子核反応式とは何か？

原子核に ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^1_1\text{p}$ ,  ${}^1_0\text{n}$ などを衝突させると、その原子核が別の原子核に変わることがある。このような反応は、次の原子核反応式で書き表すことができる。

例)  ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$

## POINT



## 原子核反応式

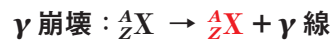
左右両辺の { 質量数 の和  
 原子番号 の和 } は等しい。



## 放射線の種類と性質

放射線	正体	電離作用	透過力
$\alpha$ 線	He の原子核 ( ${}^4_2\text{He}$ )	大	小
$\beta$ 線	電子 ( ${}^0_{-1}\text{e}$ )	中	中
$\gamma$ 線	電磁波	小	大

## 放射性崩壊



## 📌 放射性崩壊とは何か？

核子が原子核としてまとまっていられるのは、核子の間に**核力**とよばれる結合力がはたらいているからである。核力はクーロン力と異なり、ごく**狭い**範囲にだけ作用するので、原子番号が大きくなり核子の数が増えて原子核が**大きく**なると、陽子どうしの反発力により原子核は**不安定**になる。このため、これらの原子核は**放射線**を放出して、より安定な原子核に変わっていく。この現象を**放射性崩壊**といい、原子核が放射線を出す性質を**放射能**という。

## 📌 放射線の種類と性質を学ぼう。

放射性原子核が出す放射線には、主なものとして、次の表のように **$\alpha$  線**、 **$\beta$  線**、 **$\gamma$  線**の3種類がある。

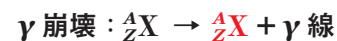
## 放射線の種類と性質

放射線	正体	電離作用	透過力
$\alpha$ 線	He の原子核 ( ${}^4_2\text{He}$ )	大	小
$\beta$ 線	電子 ( ${}^0_{-1}\text{e}$ )	中	中
$\gamma$ 線	電磁波	小	大

## 📌 放射性崩壊を核反応式で表そう。

放射性原子の原子核を ${}^A_Z\text{X}$  とかくと、放射性崩壊は、次の核反応式としてまとめることができる。

## 放射性崩壊



**Q**  ${}^{238}_{92}\text{U}$  が放射性崩壊をくり返して  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$  になった。 $\alpha$  崩壊と  $\beta$  崩壊をそれぞれ何回ずつ行ったか。

**解答**  $\alpha$  崩壊を  $a$  回、 $\beta$  崩壊を  $b$  回行ったとすると

$$\begin{cases} 238 - 4a = 206 \\ 92 - 2a + b = 82 \end{cases}$$

よって、 $a = 8$ 、 $b = 6$

**$\alpha$  崩壊 8 回、 $\beta$  崩壊 6 回 …… 答**



押さえよ /



半減期

$$N = N_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

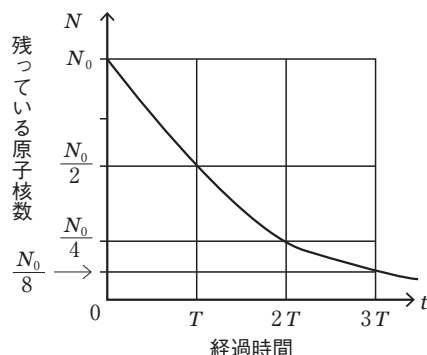
$N$  : 時間  $t$  後の原子核数  
 $N_0$  : はじめの原子核数  
 $T$  : 半減期,  $t$  : 経過時間

### 半減期とは何か？

放射性原子核は、時間の経過とともに放射線を出しながら崩壊していき、その数を減らす。とくに、放射性原子核がもとの数の半分になるまでの時間を**半減期**といい、放射性原子核の種類によって決まった値をとる。

はじめ、放射性原子核の数が  $N_0$  個あったとする。半減期  $T$  たつごとに放射性原子核の数は  $\frac{1}{2}$  になるので、時間  $t$  後には  $\frac{1}{2}$  になることが  $\frac{t}{T}$  回くり返される。

したがって、時間  $t$  後に崩壊しないで残っている放射性原子核の数  $N$  は、次のように表される。



POINT



$$\text{半減期 } N = N_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

やってみよう /



放射性原子核である  ${}^{14}_6\text{C}$  は、陽子(ア)個と中性子(イ)個をもち不安定で、高速の電子1個とニュートリノを放出して別の原子核に変化する。この半減期は5730年である。この崩壊は(ウ)崩壊といわれ、 ${}^{14}_6\text{C}$  は(エ)に変化する。

${}^{14}_6\text{C}$  の(ウ)崩壊を利用して、古生物の年代を推定することができる。大気中の  ${}^{14}_6\text{C}$  は(エ)に宇宙線によって生じた中性子が照射されて生成されるが、一方、 ${}^{14}_6\text{C}$  は崩壊して(エ)になるので、生成と崩壊がつりあい、いつの時代でも大気中には一定の割合で  ${}^{14}_6\text{C}$  が存在していると考えられる。生物が死んで  ${}^{14}_6\text{C}$  を取り込めなくなると生物体中の、 ${}^{14}_6\text{C}$  は半減期5730年で減り続ける。したがって、化石中の  ${}^{14}_6\text{C}$  の割合を測定すれば、その生物が死んでから何年経過したかがわかる。もし、化石中の  ${}^{14}_6\text{C}$  が大気中の  $\frac{1}{4}$  に減少しているとする、その生物は死後(オ)年経過し、 $\frac{1}{8}$  に減少しているとする、(カ)年経過したといえる。

解答

(ア)6 (イ)8 (ウ)**β** (エ) ${}^{14}_7\text{N}$ (オ) $5730 \times 2 = 11460$  (カ) $5730 \times 3 = 17190$  …… **答**



## 99

## 核エネルギー

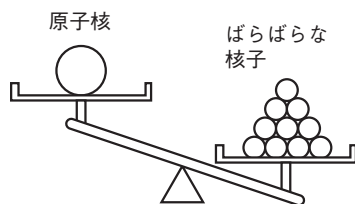
◎ 解説動画


 \押さえよ/  
→

質量とエネルギーの等価性  $E = mc^2$   
 原子核の結合エネルギー  $\Delta E = \Delta mc^2$

### 質量欠損とは何か？

原子核の質量は、その原子核を構成している核子がばらばらな状態にあるときの質量の和よりもわずかに**小さい**。この差を**質量欠損**という。質量数  $A$ 、原子番号  $Z$  の原子核の質量を  $M$ 、陽子と中性子の質量をそれぞれ  $m_p$ 、 $m_n$  とすると、質量欠損  $\Delta m$  は次のように表される。



$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M$$

### 質量とエネルギーの等価性とは何か？

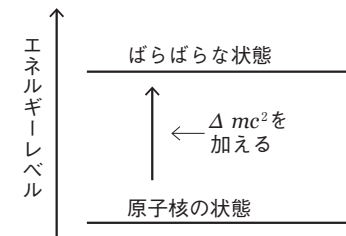
アインシュタインの相対性理論によれば、質量とエネルギーは**等価**であって互いに変換することができる。質量  $m$  [kg] に相当するエネルギー  $E$  [J] は、真空中の光速  $c$  [m/s] を用いて、次のように表される。



質量とエネルギーの等価性  $E = mc^2$

### 結合エネルギーとは何か？

質量欠損  $\Delta m$  があるということは、核子がばらばらな状態よりも、まとまって原子核の状態のほうが、もっているエネルギー(エネルギーレベル)が  $\Delta mc^2$  だけ低いことを表している。したがって、原子核をばらばらな核子に分解するには、原子核に  $\Delta mc^2$  のエネルギー  $\Delta E$  を加えなければならない。この意味で  $\Delta E$  を**結合エネルギー**という。



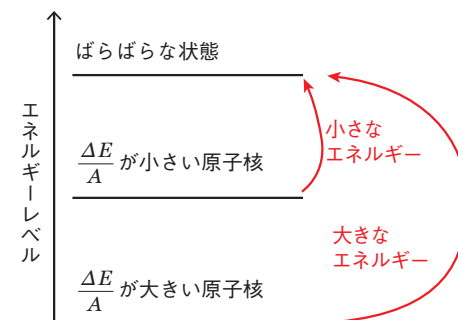
POINT



原子核の結合エネルギー  $\Delta E = \Delta mc^2$

### 核分裂、核融合とは何か？

核子1個あたりの結合エネルギー  $\frac{\Delta E}{A}$  は  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  で最大となる。したがって、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  が最も**強く**結合していて、最もエネルギーレベルが**低く**安定した状態になっている。



したがって、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  よりも重い原子核が分裂(**核分裂**)したり、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  よりも軽い原子核どうしが融合(**核融合**)して、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  のほうへ近づく核反応が起こると、反応前後で**結合エネルギー**に差が生じて、その分のエネルギーが**放出**される。