

47

導体棒に生じる誘導起電力

◎ 解説動画



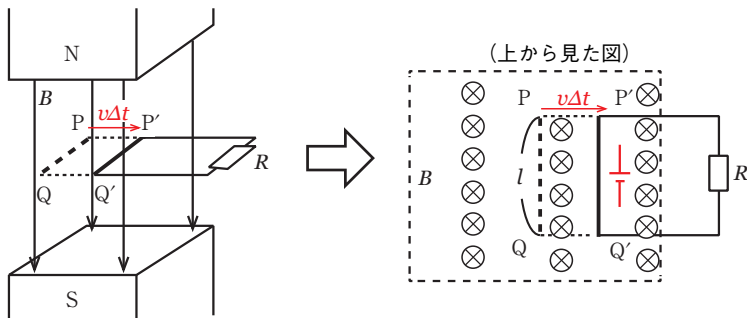
\ 押さえよ /



導体棒に生じる誘導起電力

$$V = lv \times B$$

① 導体棒に生じる誘導起電力を求めよう。



磁束密度 B [T] の一様な磁場中で、抵抗 R [Ω] をつないだ長さ l [m] の導体棒 PQ が、磁場と導体棒に垂直な方向に速度 v [m/s] で移動している。PQ は Δt [s] 間に $v\Delta t$ [m] だけ移動するので、この間にコイルを貫く磁束は、面積 $\Delta S = lv\Delta t$ [m²] を貫く磁束 $\Delta\Phi = BAS = Blv\Delta t$ [Wb] だけ減少する。したがって、このとき生じる誘導起電力の大きさ V [V] は

$$V = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = lvB \quad \cdots \textcircled{1}$$

となる。誘導起電力の向きは、**レンツの法則**により $Q \rightarrow P$ の向きに生じ、**P** は **Q** よりも高電位となる。①式も次のような形で記憶しておくと、誘導起電力の向きもわかるので便利である。

POINT



導体棒に生じる誘導起電力

$$V = lv \times B$$

② 導体棒が磁場から受ける力を求めよう。

導体棒 PQ には、 $Q \rightarrow P$ の向きに誘導電流 $I = \frac{lvB}{R}$ [A] が流れるので、PQ は磁場から速度 v と**逆**向きに F [N] の力を受ける。

$$F = IB = \frac{l^2 v B^2}{R}$$

③ 導体棒を一定の速度 v で移動させるには、どうすればよいか？

PQ を一定の速度 v で移動させるには、PQ が磁場から受ける力 F と**同じ**大きさの外力を、速度 v と**同じ**向きに加え続けられればよい。この外力がする仕事率 P [W] は

$$P = Fv = \frac{l^2 v^2 B^2}{R}$$

となる。 P を I を用いて表すと、 $P = RI^2$ となり、 P は抵抗で消費される**電力**に等しいことがわかる。すなわち、電磁誘導においても**エネルギー保存則**が成り立っていると言える。

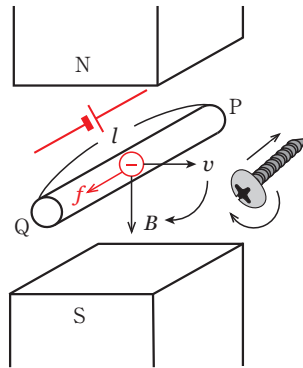
48

誘導起電力とローレンツ力

◎ 解説動画



磁束密度 B [T] の一様な磁場中で、磁場と垂直な長さ l [m] の導線 PQ を、磁場と導線に垂直な方向に速度 v [m/s] で動かす。



復習

PQ に生じる誘導起電力 V [V] はいくらか。また、P、Q ではどちらが高電位か。

$$V = lv \times B$$

$V = lvB$ [V], P が高電位 …… 答

↓ 導線内の自由電子にはたらくローレンツ力から上の式を導こう。

導線 PQ を磁場中で動かすと、導線内の自由電子も導線とともに動くから、自由電子は磁場からローレンツ力を受ける。この力の向きは $P \rightarrow Q$ で、大きさ f [N] は

$$f = evB \quad \cdots \textcircled{1}$$

である。

これを導線 PQ とともに動きながら見ると、自由電子の速度 $v = 0$ なので、自由電子にはたらく力 f の原因は、ローレンツ力ではなく、PQ 内に生じた電場によるものと見なすことができる。この電場の強さを E [V/m] とすると

$$f = eE$$

となり、これと①式より

$$eE = evB \quad E = vB$$

となる。PQ 内の電場の向きは $Q \rightarrow P$ である。この電場によって、PQ 内には起電力 V [V] が $Q \rightarrow P$ の向きに生じ、その大きさは

$$V = El = lvB$$

である。これが、磁場中を動く導線に生じる誘導起電力である。

49

磁場中を落下する導体棒

◎ 解説動画



誘導起電力の大きさ $V = N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$ の使いかた

$\Phi = BS$ だから

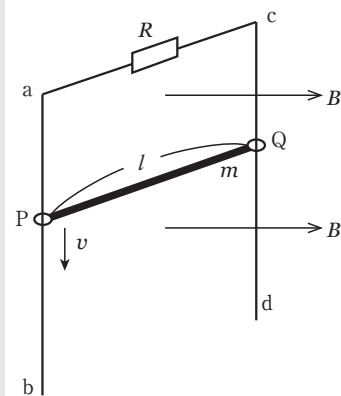
$B = (\text{一定})$ ならば $V = N \left| B \frac{\Delta S}{\Delta t} \right|$ として用いる。

$S = (\text{一定})$ ならば $V = N \left| S \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$

＼押さえよ／
→

＼やってみよう／
Q

図のように、鉛直に固定された2本の導線 ab, cd の間に R [Ω] の抵抗をつなぐ。質量 m [kg]、長さ l [m] の導体棒 PQ が、ab, cd となめらかに接触を保ったまま水平に落下し、PQ の速さが v [m/s] になった瞬間について考える。磁束密度 B [T] の一様な磁場が PQ に垂直で水平方向にかかっている。



＼つづき／
Q

(1) 閉回路 acQP を貫く磁束の変化から、生じる誘導起電力の大きさ V [V] を求めよ。

POINT



誘導起電力の大きさ $V = N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$ の使いかた

$\Phi = BS$ だから

$B = (\text{一定})$ ならば $V = N \left| \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} \right| = N \left| B \frac{\Delta S}{\Delta t} \right|$

$S = (\text{一定})$ ならば $V = N \left| \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} \right| = N \left| S \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$

解答

この場合、 $B = (\text{一定})$ だから $V = \left| B \frac{lv\Delta t}{\Delta t} \right| = lvB$ …… 答

＼つづき／



(2) レンズの法則を用いて、PQ に流れる電流の向きと大きさ I [A] を求めよ。

解答

向き : $Q \rightarrow P$ 大きさ : $I = \frac{V}{R} = \frac{lvB}{R}$ …… 答

＼つづき／



(3) PQ に流れる電流が磁場から受ける力の向きと大きさ F [N] を求めよ。

解答

向き : 鉛直上向き 大きさ : $F = IB l = \frac{l^2 v B^2}{R}$ …… 答

＼つづき／



(4) 十分に時間が経過し、PQ は一定の速さ v_m [m/s] で落下するようになった。 v_m [m/s] を求めよ。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

解答

PQ にはたらく力のつりあいより $\frac{l^2 v_m B^2}{R} = mg$
 $v_m = \frac{mgR}{l^2 B^2}$ …… 答



\ 押さえよ /



自己誘導起電力 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ (L : 自己インダクタンス)

コイルに流れる電流が変化すると、そのコイルを貫く**磁束**が変化する。そのため、コイルには**誘導起電力**が生じる。この現象を**自己誘導**という。

断面積 S [m²]、長さ l [m]、1m あたり n 回巻きのコイルに電流 I [A] が流れている。このとき、コイル内部に生じる磁場 H [A/m] は

$$H = nI$$

となり、コイル内部の透磁率を μ [N/A²] とすると、磁束密度 B [T] は

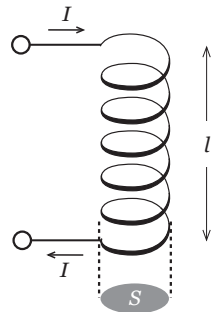
$$B = \mu H = \mu nI$$

であるから、コイルを貫く磁束 Φ [Wb] は

$$\Phi = BS = \mu nSI$$

となる。

そこで、電流を微小時間 Δt [s] の間に ΔI [A] だけ増加させると、コイルに生じる誘導起電力 V [V] は、電流 I と同じ向きの誘導起電力を正として



$$\begin{aligned} V &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ &= -nl \cdot \frac{\Delta (\mu nSI)}{\Delta t} \\ &= -\mu n^2 lS \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $L = \mu n^2 lS$ とおくと上式は次のように表される。

POINT



自己誘導起電力 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$

L をコイルの**自己インダクタンス**という。また、 L の単位は**ヘンリー** [H] を用いる。電流が毎秒 1A の割合で変化するとき、生じる誘導起電力が 1V であるようなコイルの自己インダクタンスを **1H** という。

51

コイルに蓄えられるエネルギー

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

コイルに蓄えられるエネルギー $U = \frac{1}{2}LI^2$

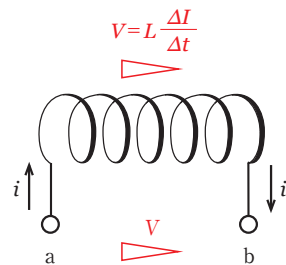
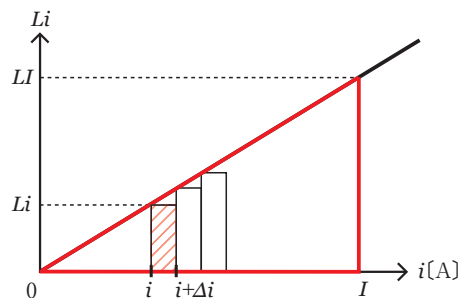
❶ コイルに蓄えられるエネルギーを求めよう。

自己インダクタンス L [H] のコイルに電流 I [A] が流れているとき、コイルに蓄えられるエネルギー U [J] を次のようにして求めた。

コイルに流れる電流 i を 0 から I [A] まで増加させるときに、誘導起電力に逆らってしなければならない仕事を求める。
 Δt [s] 間に電流を i から $i + \Delta i$ [A] まで増加させるとき、生じる誘導起電力の大きさ V [V] は

$$V = \left| -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \right| = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

これに逆らって電流を流していくには、外部から電圧 V [V] を加えて Δt [s] 間に電荷 $\Delta q = i \Delta t$ [C] を、



復習

$$V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

コイルに運び込まなければならない。電流を i から $i + \Delta i$ [A] まで増加させるときになすべき仕事 ΔW [J] は

$$\Delta W = \Delta q \cdot V = i \Delta t \cdot L \frac{\Delta i}{\Delta t} = Li \Delta i$$

ΔW は図の斜線部分の面積で表される。したがって、電流 i を 0 から I [A] まで増加させるときになすべき仕事 W [J] は、グラフの赤い太線で囲む三角形の面積で表されるから

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

この仕事量が、コイルに蓄えられる**エネルギー**である。一般に、電流 I [A] が流れているコイルに蓄えられるエネルギー U [J] は、次のように表される。

POINT

コイルに蓄えられるエネルギー $U = \frac{1}{2}LI^2$

52

コイルを含む直流回路

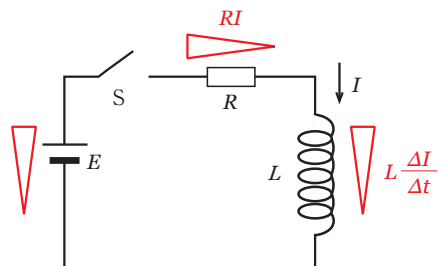
◎ 解説動画



復習

自己誘導起電力 $V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$

内部抵抗が無視できる起電力 E [V] の電池、抵抗値 R [Ω] の抵抗、自己インダクタンス L [H] のコイルを用いて図のような回路を組む。スイッチ S を入れると電流が流れ始める。



電流が I [A] から微小時間 Δt [s] の間に ΔI [A] だけ増加したとすると、コイルに生じる自己誘導起電力の大きさは $L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ [V] となる。自己誘導起電力の向きは、電流の増加を妨げる向きに生じるから、電位差の式(キルヒホッフの第2法則)より、次の式が成り立つ。

$$E - RI - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

⬇ スイッチを入れた瞬間について考えよう。

スイッチを入れた瞬間(時刻 $t = 0$)は、コイルに生じる自己誘導起電力のために、 $I = 0$ となるので、①式より

$$E - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \quad \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{E}{L} \quad \cdots \textcircled{2}$$

⬇ 十分に時間が経過した後について考えよう。

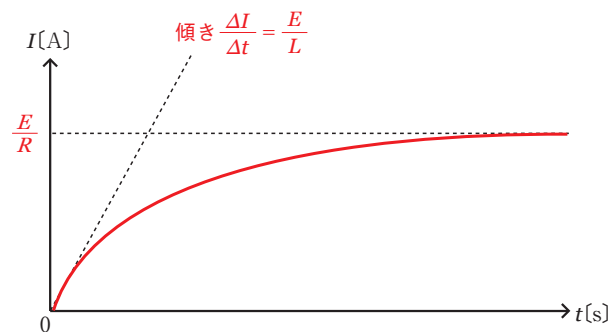
時間が経つにつれて電流は増すが、電流の変化は小さくなっていき、十分に時間が経過すると電流は一定になる。このとき、

①式において $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$ となるから、一定となった電流値は

$$E - RI = 0$$

$$I = \frac{E}{R}$$

⬇ I - t グラフをかいてみよう。



53

相互誘導

◎ 解説動画

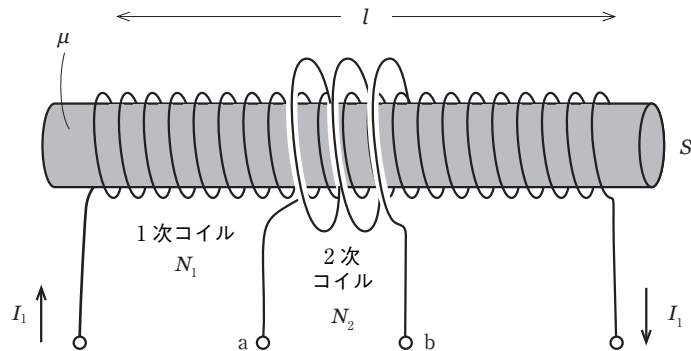


\ 押さえよ /



相互誘導起電力 $V = -M \frac{\Delta I}{\Delta t}$ (M : 相互インダクタンス)

📌 相互誘導とは何か？



図のように、透磁率 μ 、断面積 S の鉄心に、巻き数 N_1 、長さ l の1次コイルと、巻き数 N_2 の2次コイルが巻かれている。1次コイルの電流 I_1 を変化させると、2つのコイルを貫く**磁束**が変化し、2次コイルに**誘導起電力**が生じる。このような現象を**相互誘導**という。

📌 相互誘導起電力を求めよう。

1次コイルに電流 I_1 を流すと、2つのコイルを貫く磁束 Φ は

$$\Phi = \frac{\mu N_1 S I_1}{l}$$

ここで、1次コイルの電流を微小時間 Δt の間に ΔI_1 だけ増加させると、2次コイルに生じる誘導起電力 V_2 は、bがaよりも高電位の場合を正として

$$V_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N_2 \times \frac{\mu N_1 S}{l} \times \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$$V_2 = -\frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad \dots \textcircled{1}$$

となり、 $M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l}$ とすると、次の式で表される。

$$V_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

ここで M を**相互インダクタンス**といい、単位は**ヘンリー**〔H〕である。

POINT



相互誘導起電力 $V = -M \frac{\Delta I}{\Delta t}$ (M : 相互インダクタンス)

54

交流の発生

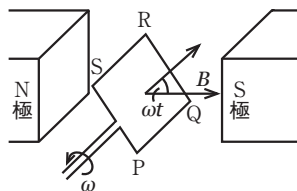
◎ 解説動画



\ 押さえよ /

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$

図のように、磁束密度 B [T] の一様な磁場中で、磁場と垂直な軸のまわりに、面積 S [m²] の1巻きのコイル PQRS が、角速度 ω [rad/s] で反時計回りに回転している。コイル面の垂線が磁場の向きと一致する瞬間を時刻 $t = 0$ s とする。



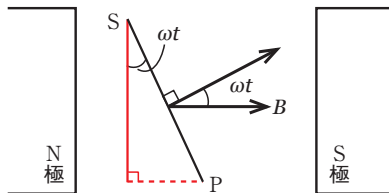
📌 コイルを貫く磁束を求めよう。

コイルを図のように貫く磁束の向きを正の向きとする。時刻 t [s] のとき、コイルを貫く磁束 Φ [Wb] は

$$\Phi = BS \cos \omega t$$

ここで、 $\Phi_0 = BS$ とすると

$$\Phi = \Phi_0 \cos \omega t$$



📌 コイルに生じる誘導起電力を求めよう。

時刻 t [s] のとき、コイルに生じる誘導起電力 V [V] は、PQRS の向きを正の向きとして

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_0 \sin \omega t$$

ここで、 $V_0 = \omega \Phi_0$ とすると

$$V = V_0 \sin \omega t$$

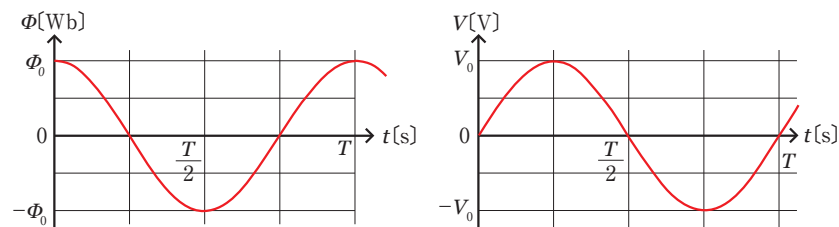
また、コイルが N 巻きの場合は、 $V_0 = N\omega \Phi_0$ となる。

このように、大きさと向きが周期的に変化する起電力を **交流**

起電力、または **交流電圧** という。交流の周期は、 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ [s] で

あるから、振動数は $f = \frac{\omega}{2\pi}$ [Hz] となる。 f を交流の **周波数**、 ω

を **角周波数** という。

📌 Φ - t グラフ、 V - t グラフをかいてみよう。

55

交流の実効値

◎ 解説動画



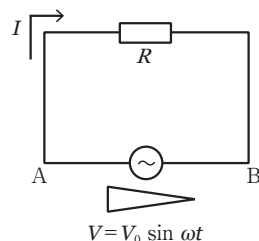
\ 押さえよ /



$$\text{実効値} = \frac{\text{最大値}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{抵抗で消費される電力の時間平均} \quad \bar{P} = I_e V_e$$

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を抵抗値 R の抵抗にかけると、抵抗に交流電流 I が流れる。ただし、 V は A が B より高電位である場合を正、 I は矢印の向きを正とする。



⬇ 交流電流 I の式を求めよう。

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

ここで、 $I_0 = \frac{V_0}{R}$ とすると

$$I = I_0 \sin \omega t$$

上式より、抵抗に流れる電流は、抵抗にかけられた電圧と**同位相**であることがわかる。

⬇ 抵抗で消費される電力 P について考えよう。

$$P = IV = I_0 V_0 \sin^2 \omega t$$

しかし、交流の場合、1秒間に何回も振動するため、電力 P のすばやい時間的変動よりも、むしろ電力の時間平均 \bar{P} が現実的な意味をもつ。すなわち

$$\bar{P} = I_0 V_0 \overline{\sin^2 \omega t}$$

ここで、 $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ の関係を用いると

$$\bar{P} = I_0 V_0 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{I_0 V_0}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

⬇ 交流の実効値とは何か？

①式を $\bar{P} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \times \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ と表し

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_e, \quad \frac{V_0}{\sqrt{2}} = V_e$$

となる電流 I_e 、電圧 V_e を定める。すると、電力の時間平均 \bar{P} は、 I_e 、 V_e を用いて、次の式で表される。

$$\bar{P} = I_e V_e$$

直流の場合と同様の式になって便利である。 I_e 、 V_e を、それぞれ交流電流、交流電圧の**実効値**という。

POINT



$$\text{交流の実効値} \quad I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\text{抵抗で消費される電力の時間平均} \quad \bar{P} = \frac{I_0 V_0}{2} = I_e V_e$$

実効値に対して、各瞬間の電流・電圧の値をそれぞれ**瞬間値**という。 I_0 、 V_0 は瞬間値の**最大値**である。

56

コイルに流れる交流

◎ 解説動画


 \押さえよ/
→

コイルに流れる交流

コイルに流れる電流は、コイルにかけられた電圧よりも
位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れている。

実効値の関係： $V_e = \omega L I_e$ ，誘導リアクタンス： ωL

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を自己インダクタンス L のコイルにかけると、コイルには V とは位相の異なる電流 I が流れる。そこで、コイルに流れる電流 I を

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (-\pi < \varphi \leq \pi)$$

と仮定する。ただし、 V は A が B より高電位である場合を正、 I は矢印の向きを正とする。

📌 コイルに生じる自己誘導起電力 V_r を求めよう。

$$V_r = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = \omega L I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

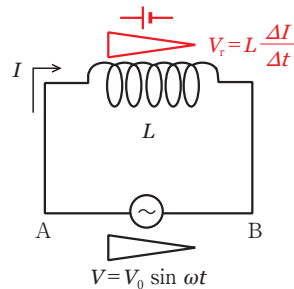
📌 回路に成り立つキルヒホッフの法則を考えよう。

$$V - V_r = 0 \quad V = V_r$$

$$V_0 \sin \omega t = \omega L I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

任意の時刻 t に対して上式が成り立つためには

$$V_0 = \omega L I_0 \quad I_0 = \frac{V_0}{\omega L} \quad \cdots \textcircled{1}$$



$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

となる。したがって、コイルに流れる電流 I は次のように表される。

$$I = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

上式より、コイルに流れる電流 I はコイルにかけられた電圧 V よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れていることがわかる。

📌 実効値の関係式を求めよう。

①式を両辺を $\sqrt{2}$ で割ると

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\omega L} \cdot \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

となるから、実効値 I_e 、 V_e の関係は次のようになる。

$$I_e = \frac{1}{\omega L} \cdot V_e \quad V_e = \omega L I_e \quad \cdots \textcircled{2}$$

②式をオームの法則と比べると、 ωL は交流に対して**抵抗**と同じはたらきをすることがわかり、これをコイルの**誘導リアクタンス**という。単位は抵抗と同じ、**オーム** [Ω] を用いる。

POINT



コイルに流れる交流

コイルに流れる電流は、コイルにかけられた電圧よりも
位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れている。

実効値の関係： $V_e = \omega L I_e$ ，誘導リアクタンス： ωL

57

コンデンサーに流れる交流

◎ 解説動画

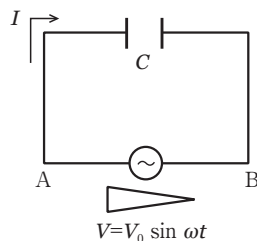

 \ 押さえよ /
→

コンデンサーに流れる交流

コンデンサーに流れる電流は、コンデンサーにかけられた電圧よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる。

実効値の関係： $V_e = \frac{1}{\omega C} I_e$ ，容量リアクタンス： $\frac{1}{\omega C}$

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を電気容量 C のコンデンサーにかけると、コンデンサーは充電と放電を繰り返して、コンデンサーに電流 I が流れる。ただし、 V は A が B より高電位である場合を正、 I は矢印の向きを正とする。


 ↓ コンデンサーに流れる電流 I の式を求めよう。

図の左側の極板の電荷 q は

$$q = CV = CV_0 \sin \omega t$$

コンデンサーに流れる電流 I は

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta q}{\Delta t} = \omega CV_0 \cos \omega t \\ &= \omega CV_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

①式からコンデンサーに流れる電流 I は、コンデンサーにか

けられた電圧 V よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいることがわかる。

↓ 実効値の関係式を求めよう。

①式より、電流の最大値 I_0 は

$$I_0 = \omega CV_0$$

実効値 I_e 、 V_e の関係は次のようになる。

$$I_e = \omega CV_e$$

$$V_e = \frac{1}{\omega C} \cdot I_e \quad \dots \textcircled{2}$$

②式をオームの法則と比べると、 $\frac{1}{\omega C}$ は交流に対して抵抗と

同じはたらきをすることがわかり、これをコンデンサーの **容量リアクタンス** という。単位は、**オーム** [Ω] である。

POINT



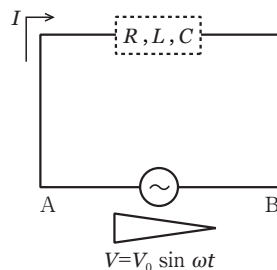
コンデンサーに流れる交流

コンデンサーに流れる電流は、コンデンサーにかけられた電圧よりも位相が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる。

実効値の関係： $V_e = \frac{1}{\omega C} I_e$ ，容量リアクタンス： $\frac{1}{\omega C}$



交流のまとめ

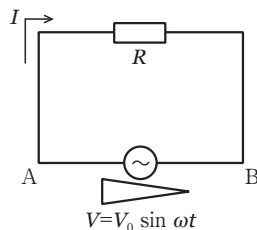


種類	交流電流の瞬間値	実効値の関係	平均消費電力
R	$I = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$	$V_e = RI_e$	$\bar{P} = I_e V_e$
L	$I = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$	$V_e = \omega L I_e$	$\bar{P} = 0$
C	$I = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	$V_e = \frac{1}{\omega C} I_e$	$\bar{P} = 0$

押さえよ
→

やって
みよう /
Q

交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ を抵抗値 R の抵抗に加えると、抵抗には交流電流 I が流れる。ただし、 V は A が B より高電位である場合を正、 I は矢印の向きを正とする。



つづき /
Q

(1) 交流電圧の実効値 V_e と交流電流の実効値 I_e の関係式をかけ。

解答

$$V_e = RI_e \dots \text{答}$$

つづき /
Q

(2) 交流電流 I の式を求めよ。

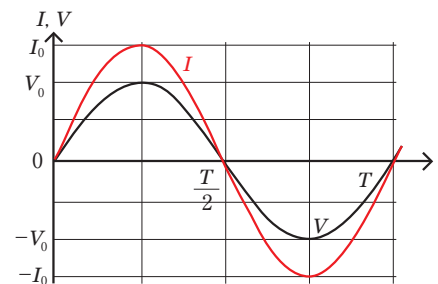
解答

$$I = \frac{V_0}{R} \sin \omega t \dots \text{答}$$

つづき /
Q

(3) 交流電流 I の時間変化をグラフにかけ。ただし、すでに記入してあるグラフは $V = V_0 \sin \omega t$ を表し、 I_0 は I の最大値、 T は $\frac{2\pi}{\omega}$ である。

解答



..... 答

つづき /
Q

(4) 消費電力の時間平均 \bar{P} を求めよ。

解答

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{V_0^2}{R} \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{V_0^2}{R} \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{V_0^2}{2R} \dots \text{答} \\ &= \frac{I_0 V_0}{2} = I_e V_e \end{aligned}$$

つづき /
Q

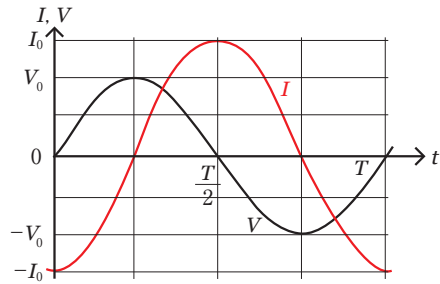
(5) 抵抗の代わりに自己インダクタンス L のコイルを接続する。
(1)～(4)と同じ問いに答えよ。

解答

$$V_e = \omega L I_e \quad \cdots \text{答}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= -\frac{V_0^2}{\omega L} \overline{\sin \omega t \cos \omega t} \\ &= -\frac{V_0^2}{2\omega L} \overline{\sin 2\omega t} = 0 \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$



..... 答

つづき /
Q

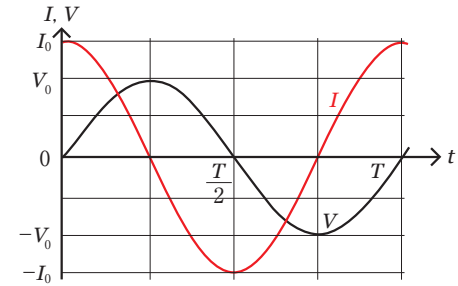
(6) コイルの代わりに電気容量 C のコンデンサーを接続する。
(1)～(4)と同じ問いに答えよ。

解答

$$V_e = \frac{1}{\omega C} I_e \quad \cdots \text{答}$$

$$\begin{aligned} I &= \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \omega C V_0 \cos \omega t \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= IV = \omega C V_0^2 \overline{\sin \omega t \cos \omega t} \\ &= \frac{\omega C V_0^2}{2} \overline{\sin 2\omega t} = 0 \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

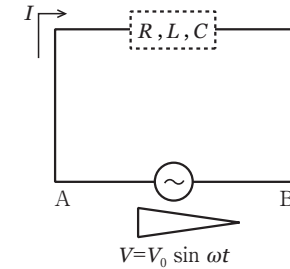


..... 答

POINT



交流のまとめ



種類	交流電流の瞬間値	実効値の関係	平均消費電力
R	$I = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$	$V_e = R I_e$	$\bar{P} = I_e V_e$
L	$I = \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$	$V_e = \omega L I_e$	$\bar{P} = 0$
C	$I = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	$V_e = \frac{1}{\omega C} I_e$	$\bar{P} = 0$

59

RLC直列回路

◎ 解説動画



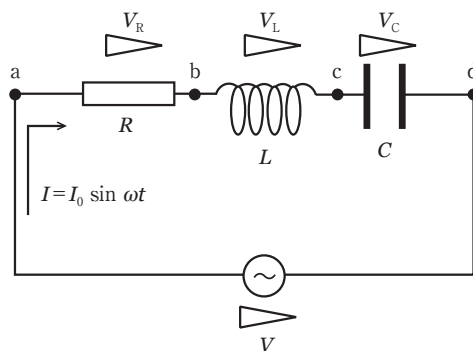
\ 押さえよ /

RLC 直列回路のインピーダンス Z

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

図のように、抵抗値 R の抵抗，自己インダクタンス L のコイル，電気容量 C のコンデンサーを直列に接続し，ad 間に交流電圧(d に対する a の電位) V を加える。回路に流れる共通の電流を

$I = I_0 \sin \omega t$ (矢印の向きが正) とする。



⬇ 各素子にかかる電圧を求めよう。

抵抗にかかる電圧(b に対する a の電位) V_R は

$$V_R = RI_0 \sin \omega t$$

コイルにかかる電圧(c に対する b の電位) V_L は

$$V_L = \omega LI_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega LI_0 \cos \omega t$$

コンデンサーにかかる電圧(d に対する c の電位) V_C は

$$V_C = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t$$

⬇ ad 間に加えた電圧 V を求めよう。

$$V = V_R + V_L + V_C = RI_0 \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I_0 \cos \omega t$$

ここで，次の三角関数の合成公式を用いて変形すると

$$a \sin \theta \pm b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta \pm \alpha)$$

$$\text{ただし, } \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

$$V = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} I_0 \sin(\omega t + \alpha) \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{ただし, } \tan \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

①式より ad 間に加えた電圧 V は，回路を流れる電流 I よりも位相が α だけ進んでいることがわかる。

⬇ 実効値の関係式を求めよう。

交流電圧 V の最大値を V_0 とすると，①式より

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} I_0$$

$$\text{から, 実効値 } V_e, I_e \text{ の関係は } V_e = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} I_e \quad \cdots \textcircled{2}$$

となる。②式をオームの法則と比べると， $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

は，RLC 直列回路全体の抵抗と同じはたらきをすることがわかり，この抵抗値をインピーダンスとよび， Z で表す。 Z の単位はオーム $[\Omega]$ である。

POINT

RLC 直列回路のインピーダンス Z

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

60

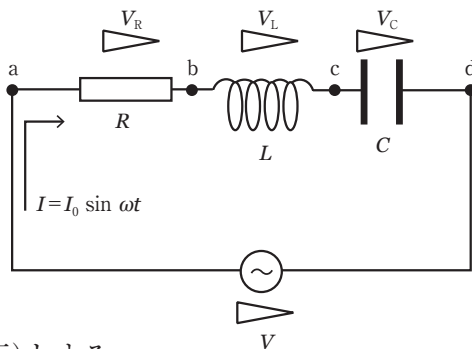
ベクトルによる交流の表しかた

◎ 解説動画



図1のように、抵抗値 R の抵抗、自己インダクタンス L のコイル、電気容量 C のコンデンサーを直列に接続し、ad 間に交流電圧(d に対する a の電位) V を加える。回路に流れる共通の電流を $I = I_0 \sin \omega t$ (矢印の向きが正) とする。

図1



復習

図1の各素子にかかる電圧を求める。

抵抗にかかる電圧(b に対する a の電位) V_R は

$$V_R = RI_0 \sin \omega t$$

コイルにかかる電圧(c に対する b の電位) V_L は

$$V_L = \omega LI_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

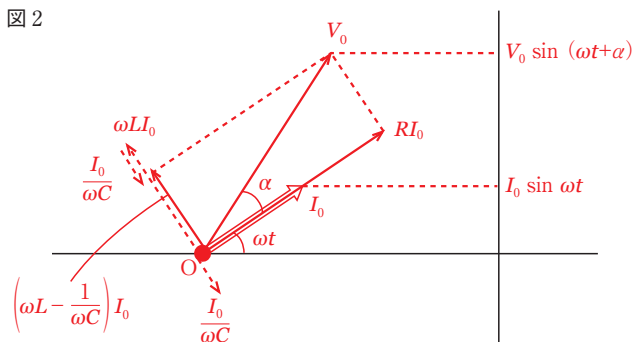
コンデンサーにかかる電圧(d に対する c の電位) V_C は

$$V_C = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

⬇ $I = I_0 \sin \omega t$ をベクトルで表そう。

点Oを中心として反時計回りに角速度 ω で回転するベクトル I_0 を考える。交流電流 I は、ベクトル I_0 の縦軸上への正射影とみなすことができる。これを図示すると図2のようになる。

図2



⬇ V_R, V_L, V_C の最大値をベクトルで表そう。

$RI_0, \omega LI_0, \frac{I_0}{\omega C}$ は、位相も含めて回転するベクトルで表すと、図2のようになる。

⬇ ad 間に加えた電圧 V をベクトルを使って求めよう。

$V = V_R + V_L + V_C$ であるから交流電圧 V の最大値 V_0 は、3つのベクトル $RI_0, \omega LI_0, \frac{I_0}{\omega C}$ を合成して図2のように求められる。

$$V_0 = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} I_0$$

よって、実効値 V_e, I_e の関係は $V_e = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} I_e$

と表され、インピーダンス Z は $Z = \frac{V_e}{I_e} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ と表される。

また、電圧 V と電流 I の位相差 α は $\tan \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

したがって、ad 間に加えた電圧 V は、 V_0, α を用いて次のように表される。

$$V = V_0 \sin (\omega t + \alpha)$$

61

電気振動

◎ 解説動画



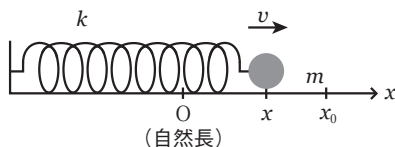
\ 押さえよ /



$$\text{振動回路の固有周波数 } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

⬇ 水平ばね振り子について復習しよう。

図のように、ばね定数 k のばねの一端に質量 m の小球を取りつけ、他端を固定する。ばねが自然長のときの小球の位置を原点 O とする。小球を



$x = x_0$ の位置まで移動し、そこで静かにはなすと、小球は単振動を始める。小球が位置座標 x にあるときの小球の速さを v とすると、成り立つエネルギー保存則の式は次のようになる。

$$\frac{1}{2} kx_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 \quad \dots ①$$

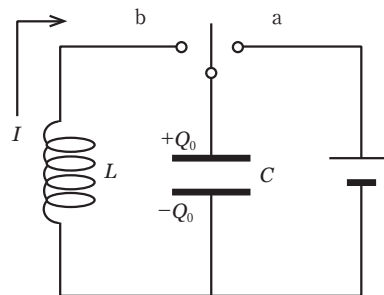
また、小球の単振動の振動数 f は次のようにして求められる。

$$\text{周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots ②$$

⬇ 電気振動とは何か？

電気容量 C のコンデンサーと自己インダクタンス



L のコイルおよび電池を、図のように接続する。スイッチを a に入れてしばらくすると、コンデンサーには電荷 Q_0 が蓄えられる。

次に、スイッチを b に切りかえると、コイルとコンデンサーの間に交互に向きの変わる電流が流れる。このような電流を**振動電流**といい、この現象を**電気振動**という。また、電気振動が起こる回路を**振動回路**という。

コンデンサーに蓄えられている電荷が Q のとき、回路に流れる電流を I とすると、この回路に成り立つエネルギー保存則は次のようになる。

$$\frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} LI^2 + \frac{Q^2}{2C} \quad \dots ③$$

⬇ 単振動と電気振動を比較してみよう。

①式と③式を比べると、 L 、 I 、 C 、 Q には次のような対応関係があることがわかる。

$$L \Leftrightarrow m, I \Leftrightarrow v, C \Leftrightarrow \frac{1}{k}, Q \Leftrightarrow x$$

⬇ 電気振動の周波数を求めよう。

単振動の振動数②式を参考にして、電気振動の周波数(固有周波数)を求めると、次のようになる。



$$\text{振動回路の固有周波数 } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$