

62

絶対温度と比熱

◎ 解説動画

絶対温度 T [K] とセ氏温度 t [°C] の関係

$$T = t + 273$$

比熱 c [J/g·K], 質量 m [g] の物体の温度を ΔT [K] 上昇させるのに必要な熱量 Q [J] は

$$Q = mc\Delta T$$

また, この物体の熱容量を C [J/K] とすると

$$Q = C\Delta T$$

\ 押さえよ /



⬇ 絶対温度とは何か？

物体を構成している原子や分子は, 目には見えない不規則な運動をしている。この運動を**熱運動**という。熱運動の激しさを表す物理量が, **温度**である。温度を低くしていくと, 原子や分子の熱運動は弱くなっていき, 約 **-273°C** で熱運動は停止してしまう。したがって, -273°C よりも低い温度は**存在しない**。そこで, -273°C (**絶対零度**)を基準とする温度目盛を考え, これを**絶対温度**とよぶ。絶対温度の単位には**ケルビン** [K] が用いられ, 絶対温度の間隔はセ氏温度と同じである。絶対温度 T [K] は, セ氏温度 t [°C] を用いて, 次のように表される。

POINT



$$\text{絶対温度 } T = t + 273$$

⬇ 比熱とは何か？

単位質量 (1g, 1kg など) の物質の温度を 1K 上昇させるのに必要な熱量を, その物質の**比熱**という。比熱の単位には, **J/g·K** や **J/kg·K** などが用いられる。比熱 c [J/g·K] の物質 m [g] の温度を ΔT [K] 上昇させるのに必要な熱量 Q [J] は, $Q = mc\Delta T$ と表される。

⬇ 熱容量とは何か？

ある物体の温度を 1K 上昇させるのに必要な熱量を, その物体の**熱容量**という。熱容量の単位には, **J/K** などが用いられる。熱容量 C [J/K] の物体の温度を ΔT [K] 上昇させるのに必要な熱量 Q [J] は, $Q = C\Delta T$ と表される。

POINT



$$\text{熱量 } Q = mc\Delta T = C\Delta T \quad (c: \text{比熱}, C: \text{熱容量})$$

63

熱量保存の法則

○ 解説動画



\ 押さえよ /



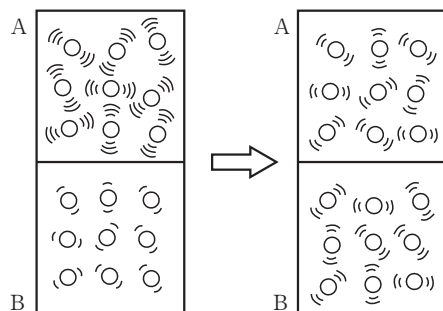
熱量保存の法則

高温物体が**失った**熱量 = 低温物体が**得た**熱量

復習

熱量 $Q = mc\Delta T = C\Delta T$ (c : 比熱, C : 熱容量)

高温物体 A と低温物体 B を接触させると、高温物体 A の温度は**下がり**、低温物体 B の温度は**上がる**。やがて、両者の温度は**等しく**なり、**熱平衡**に達する。外部と熱の出入りがないようにすると、A の**失った**熱量と、B の**得た**熱量は等しくなる。これを**熱量保存の法則**という。



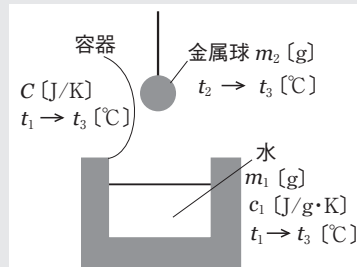
POINT



熱量保存の法則

高温物体の**失った**熱量 = 低温物体の**得た**熱量\ やって /
みよう /
Q

熱容量 C [J/K] の容器に水を m_1 [g] 入れたところ、全体の温度が t_1 [°C] で一定になった。その水の中に t_2 [°C] に温めた m_2 [g] の金属球を入れたところ、全体の温度が t_3 [°C] で一定になった。水の比熱は c_1 [J/g·K] とし、熱は容器の外へは逃げないものとして、次の各問いに答えよ。

\ つづき /
Q

(1) 金属球の比熱を c_2 [J/g·K] とする。金属球の失った熱量は何 J か。 c_2 を用いて表せ。

解答

 $m_2 c_2 (t_2 - t_3)$ 答\ つづき /
Q

(2) 水の得た熱量は何 J か。

解答

 $m_1 c_1 (t_3 - t_1)$ 答\ つづき /
Q

(3) 容器の得た熱量は何 J か。

解答

 $C(t_3 - t_1)$ 答\ つづき /
Q

(4) 金属球の比熱 c_2 を求めよ。

解答

熱量保存の法則より

$$m_2 c_2 (t_2 - t_3) = m_1 c_1 (t_3 - t_1) + C(t_3 - t_1)$$

$$c_2 = \frac{(m_1 c_1 + C)(t_3 - t_1)}{m_2 (t_2 - t_3)} \quad \dots\dots \text{答}$$

64

ボイル・シャルルの法則

◎ 解説動画

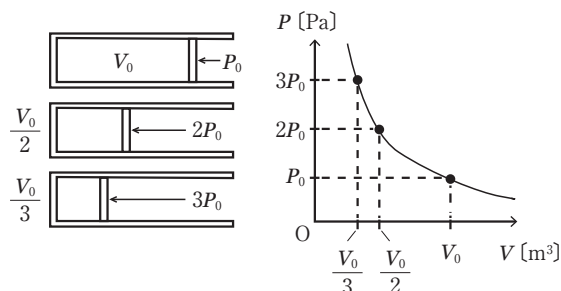


\ 押さえよ /

ボイル・シャルルの法則 $\frac{PV}{T} = \text{一定}$

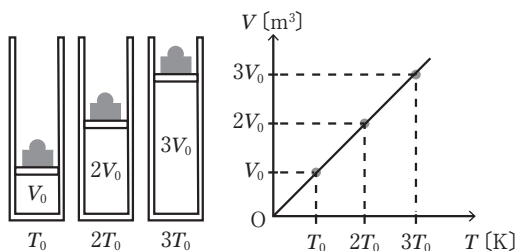
一定質量の気体について、その圧力 P [Pa]、体積 V [m³]、絶対温度 T [K] の関係を考えよう。

⬇ $T = \text{一定}$ のとき、 P と V の関係はどのようなになるか。



温度が一定の条件では、気体の体積 V [m³] は、圧力 P [Pa] に**反比例**する。これを**ボイルの法則**という。

⬇ $P = \text{一定}$ のとき、 V と T の関係はどのようなになるか。



圧力が一定の条件では、気体の体積 V [m³] は、絶対温度 T [K] に**比例**する。これを**シャルルの法則**という。

⬇ ボイルの法則とシャルルの法則をまとめるとどのようなになるか。

「一定質量の気体の体積 V は、圧力 P に**反比例**し、絶対温度 T に**比例**する」

これを式で表すと

$$V = k \frac{T}{P} \quad \frac{PV}{T} = k \quad (k: \text{比例定数})$$

となる。これを**ボイル・シャルルの法則**という。

POINT

ボイル・シャルルの法則 $\frac{PV}{T} = \text{一定}$ \ やって
みよう /

圧力 1.2×10^5 Pa、体積 0.80 m^3 、温度 27°C の気体がある。この気体の体積を 0.40 m^3 、温度を 127°C にすると、圧力は何 Pa になるか。

解答

ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{1.2 \times 10^5 \times 0.80}{27 + 273} = \frac{P \times 0.40}{127 + 273}$$

$$P = 3.2 \times 10^5 \dots\dots \text{答}$$

65

理想気体の状態方程式

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

理想気体の状態方程式 $PV = nRT$

復習

ボイル・シャルルの法則 $\frac{PV}{T} = \text{一定}$

ボイル・シャルルの法則は、極端に低温や高圧のときには成り立たないが、室温付近ではよい近似で成り立つ。この法則が厳密に成り立つ気体を考えて、これを**理想気体**という。

📌 理想気体の状態方程式を導こう。

標準状態 ($0^\circ\text{C} = 273\text{K}$, 1 気圧 $= 1.013 \times 10^5 \text{Pa}$) の理想気体 1mol の体積は, $22.4\text{L} (= 22.4 \times 10^{-3} \text{m}^3)$ であることが知られている。これらの値を使って、ボイル・シャルルの法則の比例定数 R を求めると

$$R = \frac{PV}{T} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{273} \div 8.31 \text{ [J/mol}\cdot\text{K]}$$

となる。 R は気体の種類によらない定数で、**気体定数**という。

n [mol] の気体については、同じ温度、同じ圧力のもとでは、体積が n 倍になるから、次の関係が成り立つ。

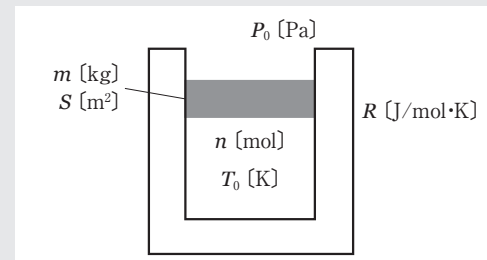
$$\frac{PV}{T} = nR \quad PV = nRT$$

この式を**理想気体の状態方程式**という。

POINT

理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ \ やって
みよう /

質量 m [kg], 断面積 S [m²] のなめらかに動くピストンで, n [mol] の理想気体を封入したところ, 気体の温度が T_0 [K]



になった。大気圧を P_0 [Pa], 気体定数を R [J/mol·K], 重力加速度の大きさを g [m/s²] として、次の問いに答えよ。

\ つづき /



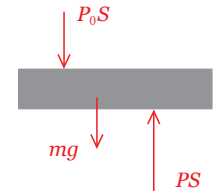
(1) 気体の圧力は何 Pa か。

解答

ピストンにはたらく力のつりあいより

$$PS = P_0 S + mg$$

$$P = P_0 + \frac{mg}{S} \dots\dots \text{答}$$



\ つづき /



(2) 容器の底からピストンまでの高さは何 m か。

解答

求める高さを x [m] とすると気体の体積は Sx と表されるので、理想気体の状態方程式より

$$\left(P_0 + \frac{mg}{S}\right) Sx = nRT_0$$

$$x = \frac{nRT_0}{P_0 S + mg} \dots\dots \text{答}$$

66

気体分子運動論①

◎ 解説動画

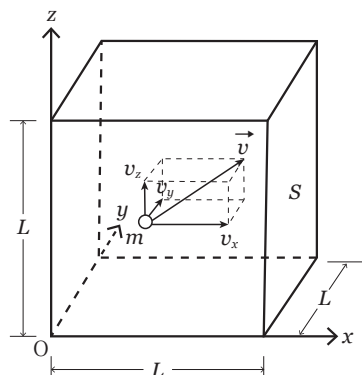

 \押さえよ/
→

$$\text{気体の圧力 } P = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V}$$

質量 m の分子 N 個からなる理想気体が、一辺の長さ L 、体積 $V (= L^3)$ の立方体容器に入っている。

🕒 分子が器壁に及ぼす気体の圧力を求めよう。

図のように、1つの分子の速度を \vec{v} 、その x, y, z 成分をそれぞれ v_x, v_y, v_z とする。



1分子が1回の衝突で面 S より受ける力積、すなわち1分子の運動量の変化は

$$m(-v_x) - mv_x = -2mv_x$$

面 S が1回の衝突で1分子より受ける力積は、作用・反作用の法則より

$$2mv_x$$

時間 Δt の間に、1分子が面 S と衝突する回数は

$$\frac{v_x \Delta t}{2L}$$

時間 Δt の間に、面 S が1分子より受ける力積の総和は

$$2mv_x \times \frac{v_x \Delta t}{2L} = \frac{mv_x^2 \Delta t}{L}$$

時間 Δt の間に、面 S が N 個の分子より受ける力積の総和は

$$\frac{m\Delta t}{L} (v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2)$$

ここで、 $\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} (v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2)$ とすると

$$\frac{m\Delta t}{L} \times N\overline{v_x^2} \quad (= F\Delta t)$$

面 S が N 個の分子より受ける力 F は

$$F = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L}$$

ここで、 $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ であるから

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

である。分子数 N はきわめて大きく、すべての分子は方向にかかわらず不規則に運動しているから、どの方向の速度成分の平均値も等しく、 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{\overline{v^2}}{3}$ となり、 F は次のように表される。

$$F = \frac{Nm\overline{v^2}}{3L}$$

したがって、面 S が N 個の分子より受ける圧力 P は

$$P = \frac{F}{L^2} = \frac{Nm\overline{v^2}}{3L^3} = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V}$$

67

気体分子運動論②

◎ 解説動画



分子 1 個あたりの平均運動エネルギー

$$\bar{e} = \frac{3}{2}kT \quad \left(\text{ボルツマン定数 } k = \frac{R}{N_A} \right)$$

単原子分子理想気体の内部エネルギー

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

\ 押さえよ /



復習

質量 m の分子 N 個からなる理想気体が、体積 V の容器に入っている。
分子の速さの 2 乗の平均値を $\overline{v^2}$ とすると、気体の圧力 P はどのような式で表されるか。

解答

$$P = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V} \quad \cdots \textcircled{1} \quad \cdots \text{答}$$

📌 分子 1 個あたりの平均運動エネルギーを求めよう。

容器内の気体分子のモル数 n は、アボガドロ数 N_A を用いて

$n = \frac{N}{N_A}$ と表される。容器内の気体を理想気体とみなすと、その

状態方程式は

$$PV = \frac{N}{N_A}RT \quad \cdots \textcircled{2}$$

となる。理想気体の分子 1 個あたりの平均運動エネルギー \bar{e} は

$$\bar{e} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

となるが、これを①を用いて変形すると

$$\bar{e} = \frac{3PV}{2N}$$

となり、さらに②を用いて変形すると

$$\bar{e} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

となる。ここで、 $k = \frac{R}{N_A}$ とおくと

$$\bar{e} = \frac{3}{2}kT$$

と表される。 k は分子 1 個あたりの**気体定数**を表し、これを**ボルツマン定数**という。

POINT



分子 1 個あたりの平均運動エネルギー

$$\bar{e} = \frac{3}{2}kT \quad \left(\text{ボルツマン定数 } k = \frac{R}{N_A} \right)$$

📌 単原子分子理想気体の内部エネルギーを求めよう。

容器内の理想気体が単原子分子ならば、気体の内部エネルギー U は、分子の熱運動による**運動エネルギー**の総和と考えてよい。 U を n を用いて表すと

$$U = nN_A \cdot \frac{1}{2}m\overline{v^2} = nN_A \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

POINT



単原子分子理想気体の内部エネルギー

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

68

変化量 Δ の扱い

◎ 解説動画



状態方程式

$$P = \text{一定} \Rightarrow P\Delta V = nR\Delta T$$

$$V = \text{一定} \Rightarrow \Delta P \cdot V = nR\Delta T$$

単原子分子理想気体の内部エネルギーの増加
(単原子分子限定)

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

n mol の単原子分子理想気体があり、気体定数を R とする。この気体の圧力、体積、絶対温度をそれぞれ、 P 、 V 、 T の状態 A から、 $P + \Delta P$ 、 $V + \Delta V$ 、 $T + \Delta T$ の状態 B へ変化させる。

⬇ 状態変化 A → B における内部エネルギーの増加 ΔU を求めよう。

$$U_A = \frac{3}{2}nRT \quad U_B = \frac{3}{2}nR(T + \Delta T)$$

$$\Delta U = U_B - U_A = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

秘

テクニック

気体の内部エネルギー U は、温度だけの関数である。

POINT



単原子分子理想気体の内部エネルギーの増加
(単原子分子限定)

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

⬇ 状態変化 A → B が圧力一定 ($\Delta P = 0$) で行われた場合に成り立つ
状態方程式を求めよう。

$$A : PV = nRT$$

$$B : P(V + \Delta V) = nR(T + \Delta T)$$

$$P\Delta V = nR\Delta T$$

⬇ 状態変化 A → B が体積一定 ($\Delta V = 0$) で行われた場合に成り立つ
状態方程式を求めよう。

$$A : PV = nRT$$

$$B : (P + \Delta P)V = nR(T + \Delta T)$$

$$\Delta P \cdot V = nR\Delta T$$

POINT



$$\text{状態方程式 } P = \text{一定} \Rightarrow P\Delta V = nR\Delta T$$

$$V = \text{一定} \Rightarrow \Delta P \cdot V = nR\Delta T$$

69

気体の混合

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

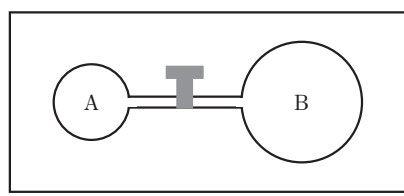


密封された状態での気体の混合 ⇒ モル数の和が一定

\ やって
みよう /

Q

図のように断熱された2つの容器A、Bがコックのついた細管でつながれている。はじめコックは閉じられ、A、Bには単原子分子理想気体が入っている。Aは圧力 $1.5 \times 10^5 \text{Pa}$ 、体積 2.0m^3 、温度 300K で、Bは圧力 $3.0 \times 10^5 \text{Pa}$ 、体積 3.0m^3 、温度 450K である。コックを開いて、全体が一様な状態になったときの圧力 P [Pa] と温度 T [K] を求めよ。



解答

コックを開く前後で、内部エネルギーの和が一定だから

$$U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV$$

を用いて方程式を立てると

$$\frac{3}{2} \times 1.5 \times 10^5 \times 2.0 + \frac{3}{2} \times 3.0 \times 10^5 \times 3.0 = \frac{3}{2} \times P \times 5.0$$

$$P = 2.4 \times 10^5 \text{Pa} \dots\dots \text{答}$$

コックを開く前後で、モル数の和が一定だから、 $PV = nRT$ を式変形した $n = \frac{PV}{RT}$ を用いて

$$\frac{1.5 \times 10^5 \times 2.0}{R \times 300} + \frac{3.0 \times 10^5 \times 3.0}{R \times 450} = \frac{2.4 \times 10^5 \times 5.0}{RT}$$

$$T = 4.0 \times 10^2 \text{K} \dots\dots \text{答}$$

秘

テクニック

密封された状態での気体の混合 ⇒ モル数の和が一定

70

気体がする仕事

◎解説動画



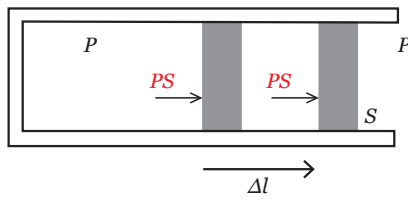
\押さえよ/

気体がする仕事 $W = P\Delta V$

\やってみよう/



図のように、断面積 S のピストンで、シリンダー内に気体を封入する。シリンダー内の気体に熱を加えると、気体は膨張して、ピストンを Δl だけ移動させる。シリンダー内外の圧力は、常に一定値 P である。



\つづき/



(1) シリンダー内の気体が、ピストンを押す力の大きさ F はいくらか。

解答

$$F = PS \cdots \cdots \text{答}$$

\つづき/



(2) シリンダー内の気体が、ピストンにした仕事 W はいくらか。気体の体積の増加 ΔV を用いて表せ。

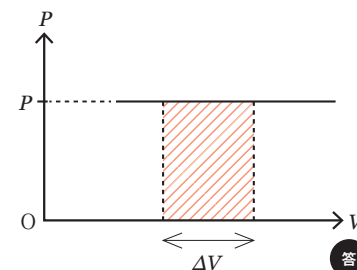
解答

$$W = F\Delta l = PS\Delta l = P\Delta V \cdots \cdots \text{答}$$

\つづき/



(3) 気体の圧力 P と体積 V の関係が右図の実線で表されるとき、 W を表す部分を斜線で示せ。



\つづき/



(4) 下の文中の空欄を埋めよ。

気体が膨張するときは、 $W > 0$ となり、気体は外部に **仕事をする**。逆に、気体が収縮するときは、 $W < 0$ となり、気体は外部から **仕事をされる**。

POINT

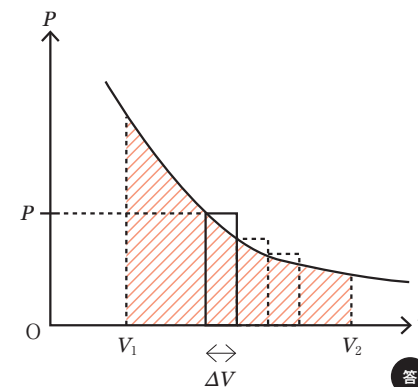


気体がする仕事 $W = P\Delta V$ (ΔV : 体積の増加)

⬇ 圧力が一定でない場合、気体がする仕事はどのように表されるか。

気体の圧力が右図の曲線のグラフのように変化し、体積が V_1 から V_2 まで増加するとき、気体が外部にする仕事 W は次のように表される。

途中、気体の圧力が P に保たれ、微小体積 ΔV だけ増加したとすると、その間に気体が外部にする仕事は、図中の **長方形の面積 $P\Delta V$** で表される。したがって、気体の体積が V_1 から V_2 まで増加するとき、気体が外部にする仕事 W は、図中の斜線部分の面積で表される。 W を表す斜線部分を図中に記入せよ。



71

ばねつきピストン

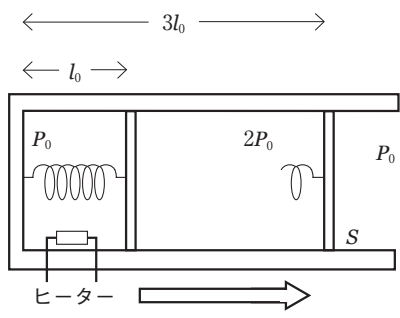
◎ 解説動画



やってみよう /

Q

図のように、断面積 S のピストンで、シリンダー内に理想気体 A を封入する。気体 A はヒーターで加熱することができる。はじめ、気体 A の圧力は大気圧 P_0 と等しく、ばねの長さは自然長 l_0 であった。ヒーターのスイッチを入れて気体 A を加熱し、気体 A の圧力が $2P_0$ 、ばねの長さが $3l_0$ になるまで加熱を続けた。この過程を過程 I とよぶ。



つづき /

Q

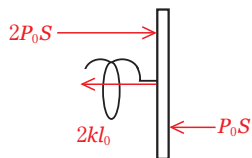
(1) ばね定数を求めよ。

解答

力のつりあい

$$2kl_0 + P_0S = 2P_0S$$

$$k = \frac{P_0S}{2l_0} \cdots \cdots \text{答}$$



つづき /

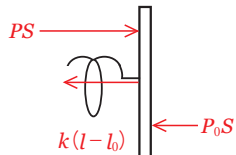
Q

(2) 過程 I における気体 A の圧力 P は、そのときのばねの長さ l を用いてどのように表されるか。

解答

力のつりあい

$$PS = k(l - l_0) + P_0S$$



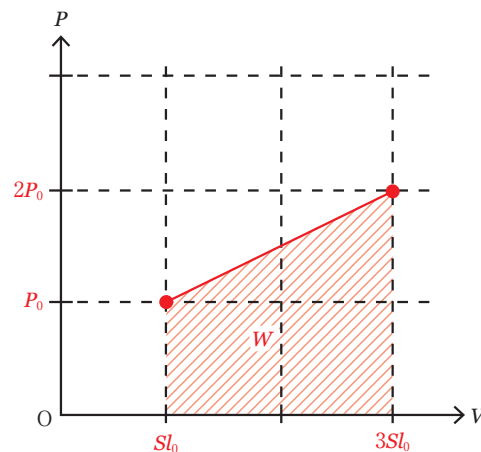
$$PS = \frac{P_0S}{2l_0} (l - l_0) + P_0S$$

$$P = \frac{P_0}{2l_0} l + \frac{P_0}{2} \cdots \cdots \text{答} \quad \left(P = \frac{P_0}{2l_0} \cdot \frac{V}{S} + \frac{P_0}{2} \right)$$

つづき /

Q

(3) 気体 A の圧力 P を縦軸、体積 V を横軸にとったグラフを P - V グラフという。過程 I を表す P - V グラフをかけ。



答

つづき /

Q

(4) 過程 I において、気体 A が外部にした仕事を求めよ。

解答

$$W = (P_0 + 2P_0) \times (3Sl_0 - Sl_0) \times \frac{1}{2}$$

$$W = 3P_0Sl_0 \cdots \cdots \text{答}$$

ばねつきピストンの外側が真空、または、一定圧力の場合、 P - V グラフは直線になる。

秘

テクニック

ばねつきピストンの P - V グラフは直線になる。

72

P-VグラフとV-Tグラフ

◎ 解説動画

\\ つづき /
やってみよう /

Q

圧力 P_0 、体積 V_0 の n モルの単原子分子理想気体があり、この状態を A とする。はじめ、体積を一定に保ち、圧力が $2P_0$ の状態 B に変化させる。次に、状態 B から温度を一定に保ち、体積が $2V_0$ の状態 C に変化させる。最後に、状態 C から圧力を一定に保ち、状態 A に戻す。気体定数を R として、次の各問に答えよ。

\\ つづき /

Q

(1) 圧力 P を縦軸にとり、体積 V を横軸にとって、状態変化 ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$) を表すグラフ (P - V グラフ) をかけ。

解答

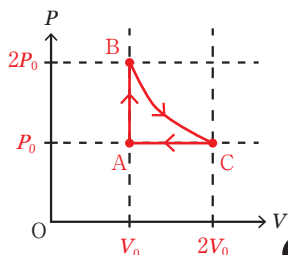
状態変化 $B \rightarrow C$ について考えるとボイル・シャルルの法則より

$$\frac{2P_0 \cdot V_0}{T_B} = \frac{P_C \cdot 2V_0}{T_B}$$

$$P_C = P_0$$

$$\frac{PV}{T} = k \quad \text{より}$$

$$P = \frac{kT}{V} \quad (kT \text{ は一定})$$



答

\\ つづき /

Q

(2) 状態 A での絶対温度 T_A はいくらか。

解答

状態方程式より

$$P_0 V_0 = nRT_A$$

$$T_A = \frac{P_0 V_0}{nR} \quad \dots \text{答}$$

\\ つづき /
Q

(3) 状態 B での絶対温度 T_B はいくらか。

解答

状態方程式より

$$2P_0 \cdot V_0 = nRT_B$$

$$T_B = \frac{2P_0 V_0}{nR} \quad \dots \text{答}$$

\\ つづき /
Q

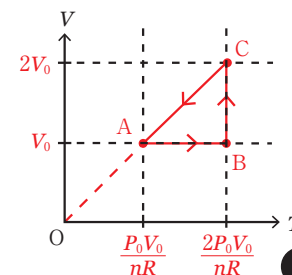
(4) 体積 V を縦軸にとり、絶対温度 T を横軸にとって、状態変化 ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$) を表すグラフ (V - T グラフ) をかけ。

解答

状態変化 $C \rightarrow A$ について考えると

$$\frac{PV}{T} = k$$

$$V = \frac{k}{P} T \quad \left(\frac{k}{P} \text{ は一定} \right)$$

\\ つづき /
Q

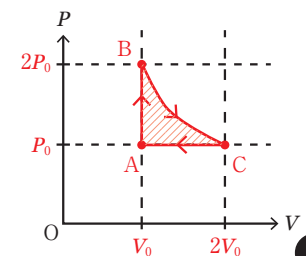
(5) 状態変化 ($A \rightarrow B$) における内部エネルギーの増加はいくらか。

解答

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR \Delta T_{AB} = \frac{3}{2} \Delta P_{AB} \cdot V_0 = \frac{3}{2} P_0 V_0$$

\\ つづき /
Q

(6) 状態変化 ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$) で、気体が外部にした正味の仕事を、(1) でかいた P - V グラフ中に斜線をつけて示せ。



答

1 サイクルにおいて、気体が外部にした正味の仕事

$\Rightarrow P$ - V グラフの囲む面積

状態変化の問題 $\Rightarrow P$ - V グラフをかきながら解いていく

秘

テクニク

73

熱力学の第1法則

◎ 解説動画



\ 押さえよ /



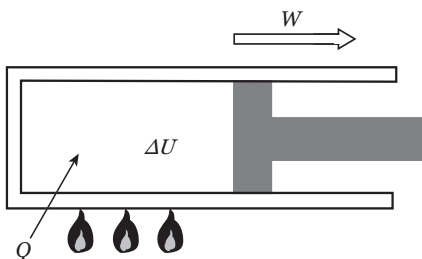
熱力学の第1法則

$$Q = \Delta U + W$$

Q : 気体が吸収した熱量
 ΔU : 内部エネルギーの増加
 W : 気体が外部にした仕事

📌 熱力学の第1法則とは何か？

図のように、気体を加熱すると、気体の温度は上昇し、体積は増加する。すなわち、気体は熱量 Q を吸収すると、その一部は気体の内部エネルギーの増加 ΔU に費やされ、残りは外部にした仕事 W に使われる。この関係を熱力学の第1法則という。



POINT



熱力学の第1法則

$$Q = \Delta U + W$$

Q : 気体が吸収した熱量
 ΔU : 内部エネルギーの増加
 W : 気体が外部にした仕事

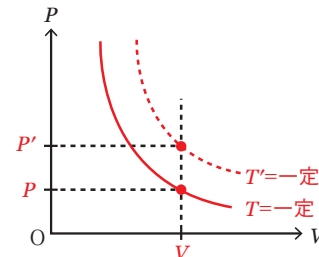
📌 温度変化と P - V グラフの関係を調べよう。

復習

温度 $T = \text{一定}$ を表す P - V グラフをかけ。ボイル・シャルルの法則 $\frac{PV}{T} = k(\text{一定})$ より

$$P = \frac{kT}{V} \quad (kT \text{ は定数}) \quad \cdots \textcircled{1}$$

となるので、温度 $T = \text{一定}$ のグラフは右図のようになる。

\ やって
みよう /

Q

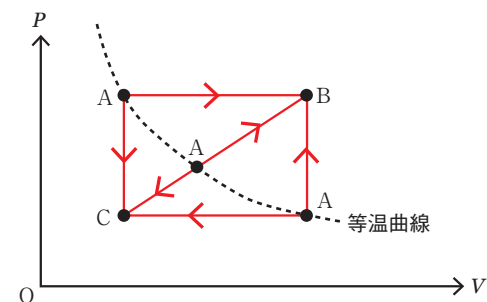
 $T' > T$ となる温度 $T' = \text{一定}$ を表す P - V グラフをかけ。

解答

📌 ①式より、同じ体積 V において、 $T' > T$ となる温度 T' に対応する圧力 P' は、 P よりも大きくなる。したがって、 $T' = \text{一定}$ を表す P - V グラフは、 $T = \text{一定}$ を表す P - V グラフよりも上の領域に存在し、上図の点線のグラフとなる。

秘

テクニック

 $A \rightarrow B$: 温度は上昇 $A \rightarrow C$: 温度は下降



熱学解法の3本柱

① ボイル・シャルルの法則

$$\frac{PV}{T} = (\text{一定})$$

(気体の状態方程式 $PV = nRT$)

② 気体の内部エネルギー

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

(単原子分子限定)

③ 熱力学第1法則

$$Q = \Delta U + W$$

Q : 気体が吸収した熱量
 ΔU : 内部エネルギーの増加
 W : 気体が外部にした仕事

\ 押さえよ /



① ボイル・シャルルの法則

$$\frac{PV}{T} = (\text{一定})$$

(気体の状態方程式 $PV = nRT$)

② 気体の内部エネルギー

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

(単原子分子限定)

③ 熱力学第1法則

$$Q = \Delta U + W$$

秘

テクニック

熱学の問題は3択である。

📌 熱学の問題の解法をまとめてみよう。

熱学分野の重要な考えかたがほぼ出そろったので、まとめをしておこう。ここであえて極端ないいかたをすれば

- ・熱学の問題は3択である。
- ・熱学の問題で解法が思い浮かばなければ、次の①、②、③を順にあてはめてみればよい。

75

気体の状態変化①

◎ 解説動画



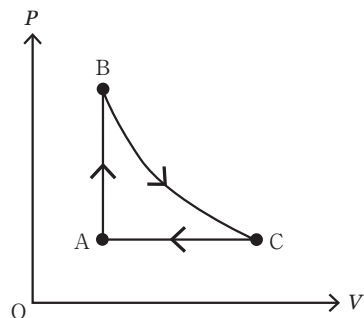
復習

熱力学の第1法則

$$Q = \Delta U + W$$

Q : 気体が吸収した熱量
 ΔU : 内部エネルギーの増加
 W : 気体が外部にした仕事

一定質量の理想気体が、右の P - V グラフで表されるような状態変化 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ を起こした。
 $B \rightarrow C$ は温度一定の変化である。
 各状態変化において、気体が吸収した熱量を Q 、内部エネルギーの増加を ΔU 、気体が外部にした仕事を W とする。



各状態変化における Q , ΔU , W について考えよう。

$A \rightarrow B$ は**体積**一定を保って起こした状態変化で、これを**定積変化**という。この変化では、温度は**上昇**したので、 $\Delta U > 0$ である。体積は**一定**なので、 $W = 0$ である。したがって、熱力学第1法則より $Q > 0$ となり、気体は熱を**吸収**したことがわかる。

$B \rightarrow C$ は温度一定を保って起こした状態変化で、これを**等温変化**という。この変化では、温度は一定だったので、 $\Delta U = 0$ である。体積は**増加**したので、 $W > 0$ である。したがって、熱力学第1法則より $Q > 0$ となり、気体は熱を**吸収**したことがわかる。

$C \rightarrow A$ は**圧力**一定を保って起こした状態変化で、これを**定圧変化**という。この変化では、温度は**下降**したので、 $\Delta U < 0$ である。体積は**減少**したので、 $W < 0$ である。したがって、熱力学第1法則より、 $Q < 0$ となり、気体は熱を**放出**したことがわかる。

76

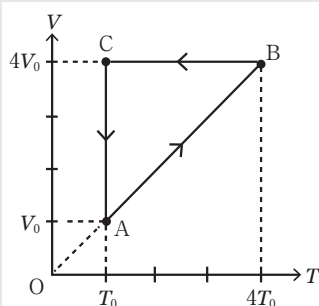
気体の状態変化②

◎ 解説動画

やって
みよう /

Q

なめらかに動くピストンをもった円筒容器があり、その中に1molの理想気体が閉じこめられている。この理想気体の内部エネルギーは、絶対温度 T のとき、気体定数 R を用いて $\frac{3}{2}RT$ と表される。図のように、温度 T_0 、体積 V_0 の状態 A からゆっくりと状態を変化させ、 $A \rightarrow B$ 、 $B \rightarrow C$ 、 $C \rightarrow A$ の過程を経て状態 A に戻した。ここで状態 B の温度は $4T_0$ 、体積は $4V_0$ 、状態 C の温度は T_0 、体積は $4V_0$ である。この過程に関して次の問いに答えよ。



(電気通信大)

つづき /

Q

(1) 縦軸に圧力 P 、横軸に体積 V をとって、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ の状態変化を表す曲線をかけ。

解答

$$P_A V_0 = RT_0 \quad P_A = \frac{RT_0}{V_0}$$

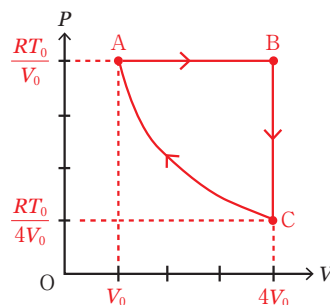
$A \rightarrow B$ について考える。

$$\frac{PV}{T} = k \quad V = \frac{k}{P}T$$

V - T グラフが原点を通る直線だから、 $P = \text{一定}$ (定圧変化)

$$P_C \cdot 4V_0 = RT_0 \quad P_C = \frac{RT_0}{4V_0}$$

$$C \rightarrow A \text{ について考える。} \quad \frac{PV}{T} = k \quad P = \frac{kT}{V} \quad (kT \text{ は一定})$$



答

つづき /

Q

(2) $A \rightarrow B$ の過程では気体は外に対して仕事をするのか、あるいは外から仕事をされるのか答えよ。次にその大きさ W を求めよ。

解答

体積が増加しているので、外に対して仕事をする

$$W = \frac{RT_0}{V_0} \times 3V_0 = 3RT_0 \quad \dots \text{答}$$

つづき /

Q

(3) $A \rightarrow B$ の過程では気体は熱を吸収するのか放出するのか答えよ。次にその大きさ Q_1 を求めよ。

解答

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \text{ において } W_{AB} = W = 3RT_0$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}R(4T_0 - T_0) = \frac{9}{2}RT_0 \quad \text{だから}$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \frac{9}{2}RT_0 + 3RT_0 = \frac{15}{2}RT_0$$

$$Q_{AB} > 0 \text{ だから熱を吸収する, } Q_1 = |Q_{AB}| = \frac{15}{2}RT_0 \quad \dots \text{答}$$

つづき /

Q

(4) $B \rightarrow C$ の過程では気体は熱を吸収するのか放出するのか答えよ。次にその大きさ Q_2 を求めよ。

解答

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} \text{ において } W_{BC} = 0$$

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2}R(T_0 - 4T_0) = -\frac{9}{2}RT_0 \quad \text{だから}$$

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = -\frac{9}{2}RT_0$$

$$Q_{BC} < 0 \text{ だから熱を放出する, } Q_2 = |Q_{BC}| = \frac{9}{2}RT_0 \quad \dots \text{答}$$

つづき /

Q

(5) (1) で P - V グラフで囲まれている図形の面積は何を表すか。

解答

1 サイクルにおいて、気体が外部にした正味の仕事 \dots 答

77

断熱自由膨張

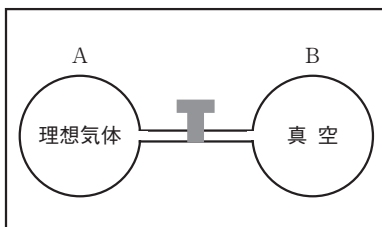
◎ 解説動画



\ 押さえよ /

断熱自由膨張 ⇒ 温度は**変化しない**

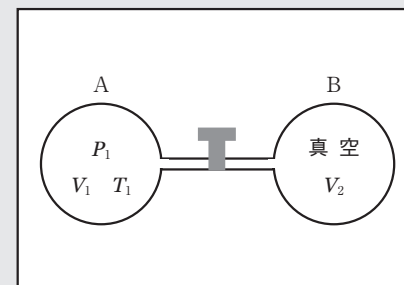
断熱された2つの容器 A, B が、コックの付いた細管でつながれている。A には理想気体を入れ、B は真空にしておく。コックを開くと A 内の気体は B 内へ広がっていく。これを**断熱自由膨張**という。この過程において、A, B 全体が吸収した熱量 $Q = 0$ 、外部にした仕事 $W = 0$ だから、熱力学の第1法則 $Q = \Delta U + W$ より、内部エネルギーの増加 $\Delta U = 0$ となる。したがって、断熱自由膨張では、気体の温度は**変化しない**ことがわかる。



POINT

断熱自由膨張 ⇒ 温度は**変化しない**
 やって
みよう /
Q

体積 V_1 の容器 A と体積 V_2 の容器 B が、コックのついた細管でつながれ、全体が断熱されている。A には圧力 P_1 、絶対温度 T_1 の理想気体を入れ、B は真空にしておく。コックを開いてしばらく時間が経過した。


 つづき /
Q

(1) 気体の絶対温度はいくらになるか。

解答

 T_1 答
 つづき /
Q

(2) 気体の圧力はいくらになるか。

解答

ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P(V_1 + V_2)}{T_1}$$

$$P = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2} \text{ 答}$$

78

断熱変化①

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

断熱圧縮 \Rightarrow 温度上昇断熱膨張 \Rightarrow 温度下降

P - V グラフにおいて、断熱曲線は等温曲線よりも傾きが急になる。

📌 断熱変化とは何か？

気体が外部と熱の出入りなしに起こす状態変化を断熱変化という。

気体が断熱的に圧縮(断熱圧縮)されるとき、気体が吸収する熱量 $Q = 0$ 、気体が外部にした仕事 $W < 0$ だから、熱力学第1法則 $Q = \Delta U + W$ より、 $\Delta U > 0$ となり温度は上昇する。

逆に、気体が断熱的に膨張(断熱膨張)するとき、 $Q = 0$ 、 $W > 0$ だから、 $Q = \Delta U + W$ より $\Delta U < 0$ となり温度は下降する。

POINT

断熱圧縮 \Rightarrow 温度上昇断熱膨張 \Rightarrow 温度下降

📌 断熱曲線と等温曲線の傾きを比べよう。

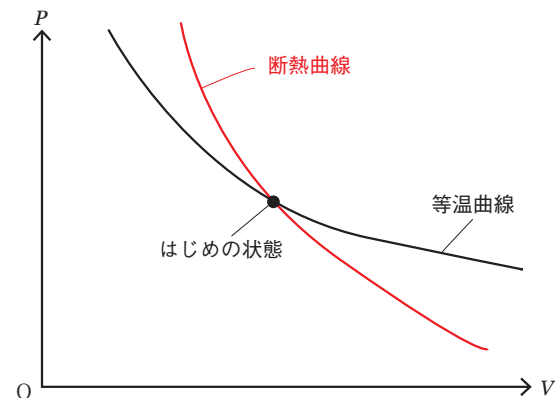
はじめの状態から、気体を断熱的に圧縮すると温度は上昇し、断熱的に膨張させると温度は下降する。

やってみよう /

Q

上で考えた断熱変化(断熱曲線)を、次の P - V グラフにかけ。

解答



答

(参考) 等温曲線: $PV = \text{一定}$ 断熱曲線: $PV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ (単原子分子)

POINT



P - V グラフにおいて、断熱曲線は等温曲線よりも傾きが急になる。

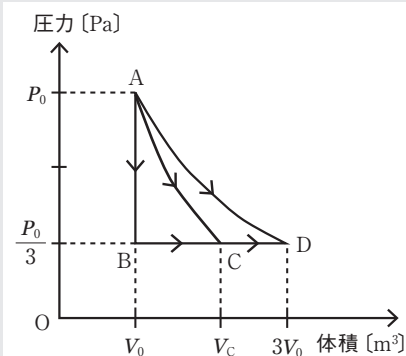
79

断熱変化②

◎ 解説動画


 やって
みよう /
Q

なめらかに動くピストンをもつ容器内に、1mol の単原子分子の理想気体が入っている。図は、その気体の圧力と体積の関係を表すグラフである。圧力 P_0 [Pa]、体積 V_0 [m³] の状態 A を初期状態とし、定圧変化、定積変化、等温変化、断熱変化のいずれかの方法で、図に示すような状態 B、状態 C、状態 D に変化させた。ただし、 $V_0 < V_C < 3V_0$ である。以下の問いに答えよ。



(京都府立大)

 つづき /
Q

(1) $A \rightarrow B$, $A \rightarrow C$, $A \rightarrow D$ の状態変化は、定圧変化、定積変化、等温変化、断熱変化のうち、どの変化に対応するか答えよ。

解答

 $A \rightarrow B$: 定積変化 …… 答

断熱曲線は等温曲線よりも傾きが急になるから

 $A \rightarrow C$: 断熱変化 …… 答

$$\frac{P_0 V_0}{T_A} = \frac{\frac{P_0}{3} \cdot 3V_0}{T_D}$$

$$T_A = T_D$$

 $A \rightarrow D$: 等温変化 …… 答
 つづき /
Q

(2) $A \rightarrow B$ において気体の内部エネルギーは、増加するか減少するか答えよ。また、その変化量の大きさ [J] を求めよ。

解答

 $\Delta T_{A \rightarrow B} < 0$ だから **$\Delta U_{A \rightarrow B} < 0$ すなわち内部エネルギーは減少する** …… 答

$$\begin{aligned} |\Delta U_{A \rightarrow B}| &= \left| \frac{3}{2} R \Delta T_{A \rightarrow B} \right| = \left| \frac{3}{2} \Delta P_{A \rightarrow B} V_0 \right| \\ &= \left| \frac{3}{2} \left(\frac{P_0}{3} - P_0 \right) V_0 \right| = P_0 V_0 \quad \dots \text{答} \end{aligned}$$

 つづき /
Q

(3) $B \rightarrow C \rightarrow D$ において、気体が外部にした仕事 [J] を求めよ。

解答

$$W_{B \rightarrow C \rightarrow D} = \frac{P_0}{3} \times 2V_0 = \frac{2}{3} P_0 V_0 \quad \dots \text{答}$$

 つづき /
Q

(4) $A \rightarrow C$ において、気体が外部にした仕事 [J] を求めよ。

解答

 $Q_{A \rightarrow C} = \Delta U_{A \rightarrow C} + W_{A \rightarrow C}$ において、 $Q_{A \rightarrow C} = 0$ だから

$$W_{A \rightarrow C} = -\Delta U_{A \rightarrow C} = -\frac{3}{2} R (T_C - T_A)$$

ここで、 $P_0 V_0 = RT_A$, $\frac{P_0}{3} V_C = RT_C$ だから

$$W_{A \rightarrow C} = -\frac{3}{2} \left(\frac{P_0 V_C}{3} - P_0 V_0 \right) = \frac{P_0}{2} (3V_0 - V_C) \quad \dots \text{答}$$

 つづき /
Q

(5) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, $A \rightarrow C \rightarrow D$, $A \rightarrow D$ の3通りの変化において、気体が外部にした仕事を $W_{A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D}$ [J], $W_{A \rightarrow C \rightarrow D}$ [J], $W_{A \rightarrow D}$ [J] とする。それらの大小を不等号で示せ。

解答

気体が外部にした仕事は、 P - V グラフと V 軸の間の面積で表されるから

$$W_{A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D} < W_{A \rightarrow C \rightarrow D} < W_{A \rightarrow D} \quad \dots \text{答}$$

80

定積モル比熱と内部エネルギー

◎ 解説動画



定積変化において成り立つ関係式

$$Q = nC_v\Delta T \quad \left(\text{単原子分子の場合} \quad C_v = \frac{3}{2}R \right)$$

気体の内部エネルギー（常に成り立つ関係式）

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

\ 押さえよ /



復習

比熱 c (J/g・K), 質量 m (g) の物質の温度を, ΔT (K) 上昇させるのに必要な熱量 Q (J) はいくらか。

解答

$$Q = mc\Delta T \quad \cdots \text{答}$$

↓ モル比熱とは何か？

物質 1 モルの温度を 1K 上昇させるのに必要な熱量を **モル比熱** という。モル比熱 C [J/mol・K] の物質 n モルの温度を ΔT [K] 上昇させるのに必要な熱量 Q [J] は

$$Q = nC\Delta T$$

と表される。気体の場合は, 体積を一定に保つか, 圧力を一定に保つかにより, 比熱が異なる。

↓ 定積モル比熱とは何か？

n モルの気体を体積一定に保ちながら加熱して, Q [J] の熱量を与えたとき, 温度が ΔT [K] だけ上昇したとする。このときの気体の比熱 (**定積モル比熱**) C_v [J/mol・K] は

$$C_v = \frac{Q}{n\Delta T}$$

と表される。ここで, 体積一定であるから, 熱力学第 1 法則 $Q = \Delta U + W$ において, $W = 0$ となり, $Q = \Delta U$ と表される。

したがって

$$C_v = \frac{\Delta U}{n\Delta T} \quad \Delta U = nC_v\Delta T$$

となる。特に, 単原子分子理想気体では, $\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T$ となるので, 定積モル比熱 C_v は, 次のように表される。

$$C_v = \frac{3}{2}R$$

POINT



定積変化において成り立つ関係式

$$Q = nC_v\Delta T \quad \left(\text{単原子分子の場合} \quad C_v = \frac{3}{2}R \right)$$

POINT



気体の内部エネルギー（常に成り立つ関係式）

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

81

定圧モル比熱と
マイヤーの関係式

◎ 解説動画



定圧変化において成り立つ関係式

$$Q = nC_P\Delta T \quad \left(\text{単原子分子の場合} \quad C_P = \frac{5}{2}R \right)$$

マイヤーの関係式

$$C_P - C_V = R$$

\ 押さえよ /



復習

定積変化において成り立つ関係式

$$Q = nC_V\Delta T \quad \left(\text{単原子分子の場合} \quad C_V = \frac{3}{2}R \right)$$

気体の内部エネルギー(常に成り立つ関係式)

$$\Delta U = nC_V\Delta T$$

📌 定圧モル比熱とは何か？

n mol の気体を圧力一定に保ちながら加熱して、 Q [J] の熱量を与えたとき、温度が ΔT [K] だけ上昇したとする。このときの気体の比熱(定圧モル比熱) C_P [J/mol・K] は

$$C_P = \frac{Q}{n\Delta T}$$

と表される。ここで、圧力一定であるから、熱力学第1法則 $Q = \Delta U + W$ において、 $W = P\Delta V = nR\Delta T$ の関係があり、また、 $\Delta U = nC_V\Delta T$ であるから、定圧モル比熱 C_P と定積モル比熱 C_V の間には次の関係式(マイヤーの関係式)が成り立つ。

$$C_P = \frac{\Delta U + W}{n\Delta T} = \frac{nC_V\Delta T + nR\Delta T}{n\Delta T} = C_V + R$$

特に、単原子分子気体では

$$C_P = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

と表される。

POINT



定圧変化において成り立つ関係式

$$Q = nC_P\Delta T \quad \left(\text{単原子分子の場合} \quad C_P = \frac{5}{2}R \right)$$

POINT



マイヤーの関係式

$$C_P - C_V = R$$

📌 熱学解法の3本柱をマイナーチェンジしておこう。

熱学解法の3本柱

① ボイル・シャルルの法則 $\frac{PV}{T} = (\text{一定})$

(気体の状態方程式 $PV = nRT$)

② 気体の内部エネルギー $\Delta U = nC_V\Delta T$

(単原子分子の場合 $C_V = \frac{3}{2}R$)

③ 熱力学第1法則 $Q = \Delta U + W$

秘

テクニック

82

ポアソンの関係式

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

断熱変化 $PV^\gamma = \text{一定}$, 比熱比 $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

📌 ポアソンの関係式を導こう。

n mol の理想気体があり、はじめ圧力 P , 体積 V , 絶対温度 T の状態 S であった。この気体を圧力 $P+\Delta P$, 体積 $V+\Delta V$, 絶対温度 $T+\Delta T$ の状態 S' に断熱変化させる。

ただし、 ΔP , ΔV , ΔT は微小量で、それらの2次以上の量は無視できる。定積モル比熱を C_v , 定圧モル比熱を C_p , 気体定数を R とする。

S , S' それぞれの状態方程式は

$$S: PV = nRT$$

$$S': (P+\Delta P)(V+\Delta V) = nR(T+\Delta T)$$

となり、上の2式より次の関係が示される。

$$PV + P\Delta V + \Delta P \cdot V + \Delta P \cdot \Delta V = nRT + nR\Delta T$$

$$P\Delta V + \Delta P \cdot V = nR\Delta T \quad \cdots \textcircled{1}$$

ところで、断熱変化では気体が吸収する熱量 $Q = 0$ であるから、熱力学第1法則は次のように書ける。

$$0 = \Delta U + W \quad \cdots \textcircled{2}$$

ここで、気体の内部エネルギーの増加 $\Delta U = nC_v\Delta T$, 気体が外部にした仕事 $W = P\Delta V$ だから②式は次のようになる。

$$0 = nC_v\Delta T + P\Delta V \quad \cdots \textcircled{3}$$

①, ③より ΔT を消去し、マイヤーの関係式 $R = C_p - C_v$ を用いて R も消去すると

$$P\Delta V + \Delta P \cdot V = -\frac{P\Delta V}{C_v}(C_p - C_v)$$

$$\Delta P \cdot V = -\frac{C_p}{C_v}P\Delta V$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -\frac{C_p}{C_v} \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

(参考)

このあと、不定積分を実行すると

$$\log P = -\frac{C_p}{C_v} \log V + C$$

$$\log PV^{\frac{C_p}{C_v}} = C$$

$$PV^{\frac{C_p}{C_v}} = \text{一定}$$

ここで、 $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ (比熱比) とおくと

$$PV^\gamma = \text{一定} \quad (\text{ポアソンの関係式})$$

83

熱機関の熱効率

◎ 解説動画



\ 押さえよ /

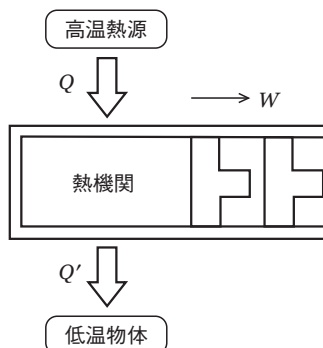


$$\text{熱効率 } e = \frac{\text{外部にした正味の仕事}}{\text{高熱源から得た熱量}}$$

📌 熱機関とは何か？

エンジンや蒸気機関のように、繰り返し運動して熱を仕事に変える装置を熱機関という。

熱機関では、高温の熱源から得た熱量 Q の一部を仕事 W に変え、残りの熱量 Q' を低温物体に捨てている。よって、 $W = Q - Q'$ が成り立っている。



📌 熱効率とは何か？

熱機関では、1 サイクルで元の状態に戻すために、必ず低温物体に熱量 Q' を捨てている。そのため、 $W < Q$ となり、熱機関が外部にする正味の仕事 W は、高温の熱源から得た熱量 Q よりも小さくなる。そこで、 Q に対する W の割合を考え、これを熱機関の熱効率という。熱効率 e は次の式で表される。

$$\text{熱効率 } e = \frac{W}{Q} = \frac{Q - Q'}{Q}$$

POINT

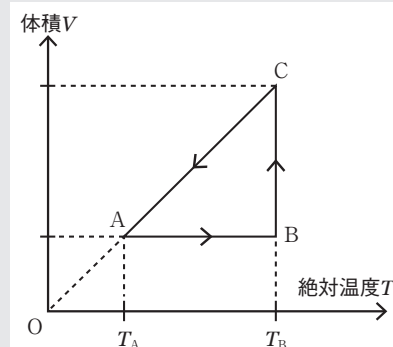


$$\text{熱効率 } e = \frac{\text{外部にした正味の仕事}}{\text{高熱源から得た熱量}}$$

やっ
て
み
よう

Q

右の V - T グラフに示すような状態変化を起こす熱機関について考える。状態変化 $B \rightarrow C$ において気体が吸収する熱量を Q_{BC} とする。この気体は理想気体と見なすことができ、そのモル数は n 、定積モル比熱は C_V 、気体定数は R である。



つづ
き

Q

(1) 各状態変化 $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow A$ において、気体が吸収する熱量 Q 、内部エネルギーの増加 ΔU 、気体が外部にする仕事 W を求め、下の表を完成せよ。

解答

	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow C$	$C \rightarrow A$
Q	$nC_V(T_B - T_A)$	Q_{BC}	$nC_P(T_A - T_B)$ $= -n(C_V + R)(T_B - T_A)$
ΔU	$nC_V(T_B - T_A)$	0	$nC_V(T_A - T_B) = -nC_V(T_B - T_A)$
W	0	Q_{BC}	$-nR(T_B - T_A)$

つづ
き

Q

(2) この熱機関の熱効率 e を求めよ。

解答

$$e = \frac{Q_{BC} - nR(T_B - T_A)}{nC_V(T_B - T_A) + Q_{BC}} \dots \text{答}$$