

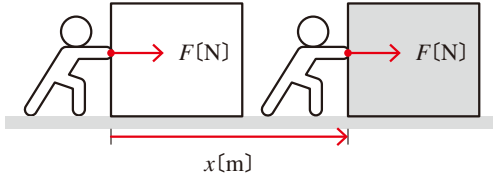
26

仕事

解説動画



仕事とは何か？



図のように、物体に一定の力 F [N] を加え、力の向きに x [m] 動かしたとき、力がした仕事 W は、次の式で表される。

POINT

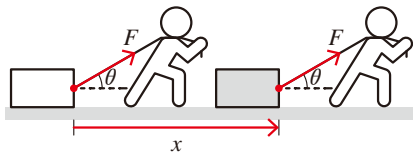


$$\text{仕事 } W = [Fx] \quad F[\text{N}] : [\text{力の大きさ}] \\ x[\text{m}] : [\text{力の向きに動いた距離}]$$

この式から仕事の単位は $[\text{N} \cdot \text{m}]$ だとわかる。これを $[\text{ジュール}]$ $[\text{J}]$ と表す。

Q

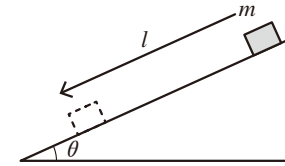
図のように、物体に一定の大きさの力 F [N] を加え、力と角度 θ の向きに x [m] の距離だけ物体を動かした。力がした仕事 W は何[J] か。



$$W = Fx \cos \theta$$

Q

傾斜角 θ のあらい斜面上を、質量 m の物体が距離 l だけすべり降りた。動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。



\つづき/

Q

(1) 重力のした仕事 W_1 を求めよ。

$$W_1 = mg \times l \sin \theta \\ = mgl \sin \theta$$

\つづき/

Q

(2) 垂直抗力のした仕事 W_2 を求めよ。

$$W_2 = mg \cos \theta \times 0 \\ = 0$$

\つづき/

Q

(3) 動摩擦力のした仕事 W_3 を求めよ。

$$W_3 = \mu mg \cos \theta \times (-l) \\ = -\mu mgl \cos \theta$$

\まとめ/



$$\star \text{ 仕事 } W = Fx \quad F[\text{N}] : \text{力の大きさ} \\ x[\text{m}] : \text{力の向きに動いた距離}$$

27

仕事率

解説動画



仕事率とはなにか？

人や機械がする仕事の能率は、一定の時間にする仕事の量で比較される。そこで、仕事の能率を単位時間(1秒, 1分, 1時間など)あたりにする仕事で表し、これを[**仕事率**]という。 t [s]間で W [J]の仕事をするとき、その仕事率 P は次の式で表される。

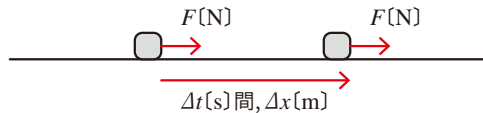
POINT



$$\text{仕事率 } P = \left[\frac{W}{t} \right]$$

この式から、仕事率の単位は[**J/s**]だとわかる。これを[**ワット**] [[**W**]]と表す。

仕事率と速さ



図のように、微小時間 Δt [s]の間、物体に一定の力 F [N]を加え、力の向きに Δx [m]だけ動かした。この間に力のした仕事 W [J]は、 $W = [\textbf{F}\Delta x]$ であり、この間の物体の速さを v [m/s]とすると、 $v = [\frac{\Delta x}{\Delta t}]$ だから、仕事率 P [W]は次の式で表される。

$$P = \left[\frac{W}{t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = Fv \right]$$

POINT



$$\text{仕事率 } P = [\textbf{F}v]$$

Q



図のように、あらい水平面上で物体を水平方向に 6 N の力で引き続けたところ、物体は力の向きに 3 m/s で動き続けた。

\つづき/

Q

(1) 引く力の仕事率 P は何[W]か。

$$P = Fv \text{ より}$$

$$P = 6 \times 3 = 18$$

18 W

\つづき/

Q

(2) 引く力が 5 s 間にする仕事 W は何 J か。

$$P = \frac{W}{t} \text{ より}$$

$$W = Pt = 18 \times 5 = 90$$

90 J

\まとめ/



$$\begin{aligned} \star \text{ 仕事率 } P &= \left[\frac{W}{t} \right] \\ P &= [\textbf{F}v] \end{aligned}$$



仕事の原理とは何か？

Q

次の(1)~(3)の方法により、質量 m の物体を高さ h まで引き上げることを考える。このとき、引き上げる力の大きさを F 、引き上げる距離を x 、引き上げるのに要する仕事を W として、(1)~(3)について F 、 x 、 W の値をそれぞれ求めよ。

\つづき/

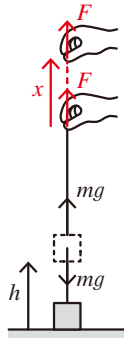
Q

(1) 道具を使わずに直接引き上げる。

$$F = mg$$

$$x = h$$

$$\begin{aligned} W &= Fx \\ &= mgh \end{aligned}$$



\つづき/

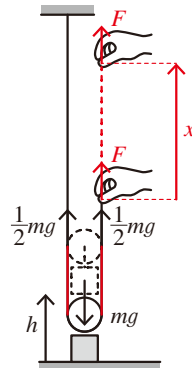
Q

(2) 軽い動滑車を使って引き上げる。

$$F = \frac{mg}{2}$$

$$x = 2h$$

$$\begin{aligned} W &= Fx \\ &= \frac{mg}{2} \cdot 2h \\ &= mgh \end{aligned}$$



\つづき/

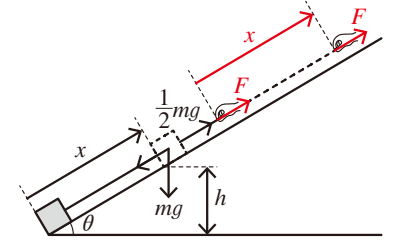
Q

(3) なめらかな斜面を使って引き上げる。

$$F = \frac{mg}{2}$$

$$x = 2h$$

$$\begin{aligned} W &= Fx \\ &= \frac{mg}{2} \cdot 2h \\ &= mgh \end{aligned}$$



POINT



仕事の原理

道具を使っても仕事の量は[変わらない]

29

運動エネルギー

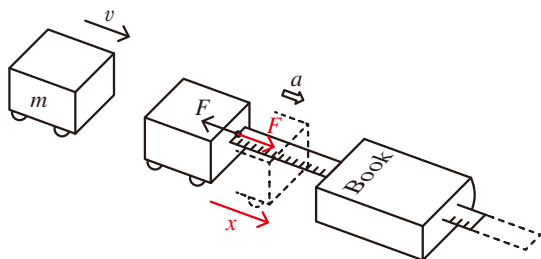
◎ 解説動画



エネルギーとは何か？

エネルギーとは「他の物体に[**仕事**]をする能力」のことをいう。したがって、物体がもつエネルギーは他の物体にした仕事の量から求めることができ、単位も仕事と同じ単位[**ジュール**]([**J**])を用いる。

運動する物体がもつエネルギーはどのように表されるか？



図のように、本の上に定規をはさみ、本を床に固定する。運動している台車は、定規に衝突し、定規に一定の力を加え押し込むことができる。このように、運動している物体は他の物体に仕事をする能力をもっているの、[**エネルギー**]をもっているといえる。このエネルギーを[**運動エネルギー**]という。速さ v [m/s] で運動する質量 m [kg] の物体がもつ運動エネルギーは、次の式で表される。

POINT



$$\text{運動エネルギー } K = \left[\frac{1}{2}mv^2 \right]$$

Q

速さ 40 m/s で飛んでくる質量 0.15 kg のボールがもっている運動エネルギーは何 J か。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2} \times 0.15 \times 40^2 \\ &= 120 \end{aligned}$$

120 J

台車が定規にした仕事を計算して、台車の運動エネルギーが $\frac{1}{2}mv^2$ と表されることを確かめよう！

Q

(1) 台車が定規を押す力の大きさを F [N]、押し込んだ距離を x [m] とする。台車が定規にした仕事 W [J] を求めよ。

$$W = Fx \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

\つづき/

Q

(2) 台車が定規を押している間の台車の加速度 a [m/s²] (右向きを正) を、台車の運動方程式を立てて求めよ。

台車の運動方程式

$$ma = -F$$

$$a = -\frac{F}{m}$$

\つづき/

Q

(3) 台車の運動を $v^2 - v_0^2 = 2ax$ にあてはめて、台車が定規にした仕事 W [J] を求めよ。

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \text{ より}$$

$$0^2 - v^2 = 2 \cdot \left(-\frac{F}{m}\right) \cdot x$$

$$v^2 = \frac{2Fx}{m}$$

$$Fx = \frac{1}{2}mv^2$$

\textcircled{1}式より

$$W = Fx = \frac{1}{2}mv^2$$

つまり、速さ v [m/s] で運動していた質量 m [kg] の台車は、

[$\frac{1}{2}mv^2$] [J] の仕事をする能力をもっていたことになり、

これが台車のもっていた運動エネルギーである。

\まとめ/



$$\star \text{ 運動エネルギー } K = \left[\frac{1}{2}mv^2 \right]$$

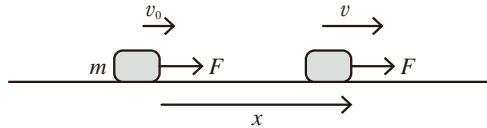
30

エネルギーと仕事の関係

解説動画



エネルギーと仕事の関係について考えよう！



Q 図のように、速さ v_0 [m/s] で運動していた質量 m [kg] の物体に、運動の向きに一定の力 F [N] を距離 x [m] の間だけ加えたところ、物体の速さは v [m/s] になった。

\つづき/

Q (1) 力の向きを正として、物体の加速度 a [m/s²] を求めよ。

運動方程式

$$ma = F$$

$$a = \frac{F}{m}$$

\つづき/

Q (2) 物体の運動を $v^2 - v_0^2 = 2ax$ にあてはめて、物体の運動エネルギーと物体が外からされた仕事との関係を求めよ。

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot x$$

両辺を $\frac{1}{2}m$ 倍して

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fx$$

運動エネルギーの変化 外からされた仕事

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + Fx = \frac{1}{2}mv^2$$

(はじめのエネルギー) + (外からされた仕事) = (あとのエネルギー)

POINT

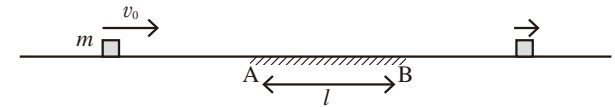


エネルギーと仕事の関係

(はじめのエネルギー) + (外からされた仕事) = (あとのエネルギー)

Q

図のように、質量 m の小物体が水平面上を速さ v_0 で運動し、長さ l の摩擦のある区間 A、B を通過した。小物体と摩擦のある面との間の動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g として、区間 A、B を通過した後の小物体の速さを求めよ。



エネルギーと仕事の関係より

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mgl = \frac{1}{2}mv^2$$

 $v > 0$ だから

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\mu gl}$$

\まとめ/



☆ エネルギーと仕事の関係

(はじめのエネルギー) + (外からされた仕事) = (あとのエネルギー)

31

重力による位置エネルギー

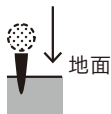
解説動画



高い所にある物体はどのようなエネルギーをもっているのだろうか？

高い所にある物体は、落下させると地面の杭を打ち込むという仕事を行うことができる。したがって、高い所にある物体は[**エネルギー**]をもっていると考えられる。

これを[**重力による位置エネルギー**]という。



重力による位置エネルギーを式で表そう！

質量 m [kg] の物体が基準面から高さ h [m] の位置にあるとき、物体のもつ重力による位置エネルギー U [J] は、次のように表される。

POINT



重力による位置エネルギー $U = [\text{ } mgh \text{ }]$

なぜ、 $U = mgh$ と表されるのだろうか？

復習

エネルギーと仕事の関係

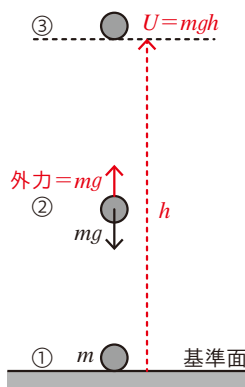
([**はじめ**] のエネルギー) + (外からされた[**仕事**]) = ([**あと**] のエネルギー)

重力による位置エネルギーが、 $U = mgh$ と表される理由をエネルギーと仕事の関係を使って考えてみよう。

図のように、質量 m [kg] の物体を基準面から高さ h [m] の点 P まで、力のつりあいを保ちながらゆっくりと運ぶことを考える。

① 基準面にある物体は、他の物体に仕事をする能力をもっていないので、エネルギーは[**0**]である。

→ (はじめのエネルギー) は [**0**] である。



② 基準面から点 P まで物体を運ぶとき、外力のした仕事は [**mgh**] [J] である。

→ (外からされた仕事) は [**mgh**] [J] である。

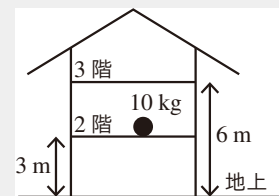
③ 物体が点 P でもつ重力による位置エネルギー U [J] は、エネルギーと仕事の関係における(あとのエネルギー)に相当するから、

$U = [\text{ } mgh \text{ }]$

と表すことができる。

Q

図のように、地上 3 m の 2 階の床に 10 kg の物体が置かれている。次の(1)~(3)を基準面とすると、この物体がもつ重力による位置エネルギーをそれぞれ求めよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



\つづき/

Q

(1) 地面

$$mgh = 10 \times 9.8 \times 3 \\ = 294$$

294 J

\つづき/

Q

(2) 2 階の床

$$mgh = 10 \times 9.8 \times 0 \\ = 0$$

0 J

\つづき/

Q

(3) 地上 6 m の 3 階の床

$$mgh = 10 \times 9.8 \times (-3) \\ = -294$$

-294 J

重力による位置エネルギーの基準は、

[**どこにとってもよい**] が、その位置を明確にする必要がある。

\まとめ/



☆ 重力による位置エネルギー $U = mgh$

32

弾性力による位置エネルギー

解説動画



ばねのもつエネルギーを式で表そう！

伸びたり縮んだりしているばねは、他の物体に仕事をすることができる。したがって、伸びたり縮んだりしているばねは、[**エネルギー**]をもっている。これを[**弾性力による位置エネルギー**]という。

ばね定数 k [N/m] のばねが自然の長さから x [m] だけ伸びている（または縮んでいる）とき、ばねのもつ弾性力による位置エネルギー U [J] は、次のように表される。

POINT

弾性力による位置エネルギー $U = [\frac{1}{2} kx^2]$ なぜ $U = \frac{1}{2} kx^2$ と表されるのだろうか？

復習

重力による位置エネルギー

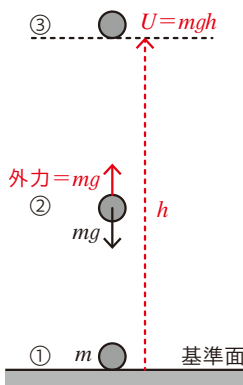
① 基準面にある物体は、他の物体に仕事をする能力をもっていないので、エネルギーは [**0**] である。

② 基準面から高さ h の点 P まで、質量 m の物体を力のつりあいを保ちながらゆっくりと運ぶとき、外力のした仕事は [**mgh**] である。

③ エネルギーと仕事の関係

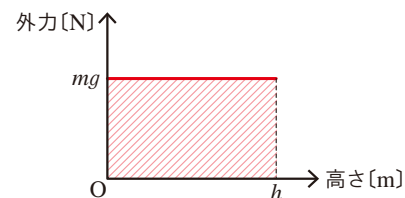
(はじめのエネルギー)

+ (外からされた仕事) = (あとのエネルギー)

より点 P で物体がもつ重力による位置エネルギー U は $U = [\text{ **$mgh$** }]$ である。

Q

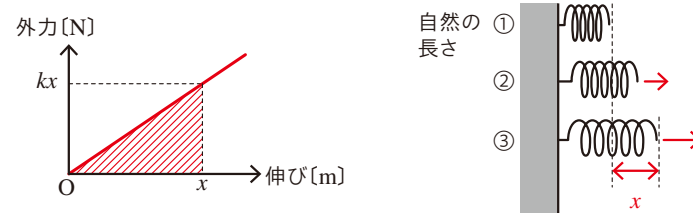
$U = mgh$ の式を求めるときに考えた高さ と 外力 の関係をグラフにかけ。また、 $U = mgh$ を表す部分に斜線を入れよ。



$U = mgh$ の式と同じように、 $U = \frac{1}{2} kx^2$ の式導いてみよう。

Q

ばねの伸びと外力の関係をグラフにかけ。



① 自然長のばねは、他の物体に仕事をする能力をもっていないので、エネルギーは [**0**] である。

② 自然長(基準点)から伸び x の点まで、力のつりあいを保ちながらゆっくりとばねを伸ばすとき、外力のした [**仕事**] が、伸び x の点でばねのもつ弾性力による位置エネルギー U となる。

③ 伸び x の点でばねのもつ弾性力による位置エネルギー U は、上のグラフのどこにあらわれているか。斜線を入れて示せ。また、 U を表す式を求めよ。

$$U = x \times kx \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} kx^2$$

Q

ばね定数 8 N/m のばねを 0.5 m 伸ばした。ばねのもつ弾性力による位置エネルギーを求めよ。

$$U = \frac{1}{2} \times 8 \times 0.5^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 0.25 = 1 \quad 1 \text{ J}$$

\まとめ/

☆ 弾性力による位置エネルギー $U = [\frac{1}{2} kx^2]$

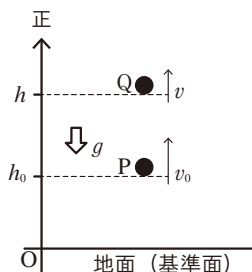
33

力学的エネルギー保存則 I

解説動画



図のように、地面を基準面とし鉛直上向きを正とする。高さ h_0 の点から鉛直上向きに速さ v_0 で投げ上げられた質量 m の物体は、高さ h で速さが v になった。この運動は、加速度が [**$-g$**] の [**等加速度直線**] 運動である。



この運動に $v^2 - v_0^2 = 2ax$ をあてはめて、運動エネルギーと位置エネルギーの関係を求めよう！

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot (-g) \cdot (h - h_0)$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gh + 2gh_0$$

両辺を $\frac{1}{2}m$ 倍する

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh + mgh_0$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

ここで、運動エネルギーと位置エネルギーの和を [**力学的エネルギー**] という。上の例からもわかるように、力学的エネルギーは位置によらず [**一定**] に保たれていることがわかる。この関係を [**力学的エネルギー保存則**] という。

POINT



力学的エネルギー保存則

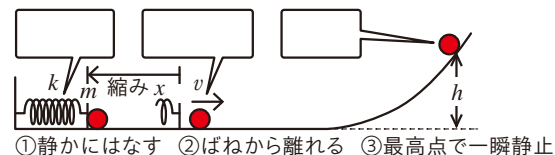
[**運動**] エネルギー + [**位置**] エネルギー
= [**一定**]

力学的エネルギー保存則は、次のような運動では成り立たないので注意すること。

- ・ [**摩擦**] 力や抵抗力のはたらく運動
- ・ 非弾性衝突 (衝突時に熱を発生する衝突) を含む運動

Q

図のように、①ばね定数 k の軽いばねを自然長から x だけ縮めて質量 m の小球を接しておく。ばねから静かに手をはなすと、小球はばねに押されて動き出し、②ばねが自然長となる位置でばねから離れる。その後、小球はなめらかな面上を進み、高さ h の最高点に達する。



\つづき/

Q

(1) ①, ②, ③の各状態における力学的エネルギーをそれぞれ答えよ。

① $\frac{1}{2}kx^2$

② $\frac{1}{2}mv^2$

③ mgh

\つづき/

Q

(2) (1)で答えた3つの力学的エネルギーの間に成り立つ関係式をかけ。

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

\まとめ/



☆ 力学的エネルギー保存則

[**運動**] エネルギー + [**位置**] エネルギー
= [**一定**]

34

力学的エネルギー保存則Ⅱ

解説動画



復習

運動エネルギー $K = [\frac{1}{2}mv^2]$ 重力による位置エネルギー $U = [mgh]$ 弾性力による位置エネルギー $U = [\frac{1}{2}kx^2]$

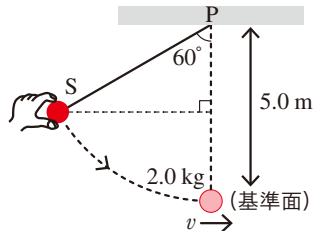
力学的エネルギー保存則

[運動]エネルギー + [位置]エネルギー = [一定]

問題を解きながら、力学的エネルギー保存則の使い方をマスターしよう！

Q

図のように、天井に長さ 5.0 m の糸を取り付け他端に質量 2.0 kg の小球をつるす。糸が鉛直方向から 60° 傾くように小球を固定した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



\つづき/

Q

(1) 最下点を基準面としたとき、小球の重力による位置エネルギーを求めよ。

$$mgh = 2.0 \times 9.8 \times 2.5 \\ = 49$$

49 J

\つづき/

Q

(2) 小球から手を離し、小球が最下点を通過するときの速さを求めよ。

エネルギー保存則より

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

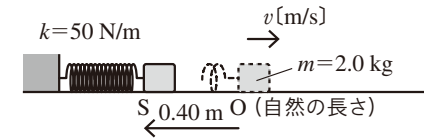
 $v > 0$ だから

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2.5} = 7.0$$

7.0 m/s

Q

図のように、ばね定数 50 N/m のばねの一端を壁に固定し、他端に質量 2.0 kg の物体をつけて、なめらかな水平面上に置く。



\つづき/

Q

(1) 物体を押して、ばねを自然長から 0.40 m 縮めたとき、ばねの弾性力による位置エネルギーを求めよ。

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 0.40^2 \\ = 4.0$$

4.0 J

\つづき/

Q

(2) 物体から手を離し、ばねが自然長になったときの物体の速さを求めよ。

エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

 $v > 0$ だから

$$v = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.40\sqrt{\frac{50}{2.0}} = 2.0$$

2.0 m/s